الفصل الرابع :تحريك النقطة المادية

مقدمة:

إذا كان علم الحركيات يختص بوصف الحركات ، فإن علم التحريك يختص بدراسة العلاقة بين حركة الجسم و مسببات تلك الحركة.

يختص علم التحريك في التنبؤ بحركة الجسم في محيط معين.

و بمفهوم أعمق، فإن دراسة التحريك هي تحليل العلاقة بين القوة و تغيرات حركة الجسم.

1/مبدأ العطالة لغليلي(أو القانون الأول لنيوتن 1642-1727)

(Principe d'inertie ou première loi de Newton)

نص المبدإ: إذا كان جسم مادي غير خاضع لأية قوة فإنه :

- إما في حركة مستقيمة منتظمة ،
- إما في سكون إذا كان منذ البداية في سكون.

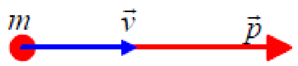
بالنسبة لجسيمة فإن نص مبدإ العطالة هو: "**الجسيمة الحرة و المعزولة تتحرك وفق مسار مستقيم بسرعة ثابتة**."

لذا نقول عن جسيمة متسارعة أنها ليست حرة و لا معزولة و إنما خاضعة بدون أدنى شك لقوة.

و بما أن الحركة مفهوم نسبي ، فلابد من تحديد المعلم الذي تنسب له حركة الجسيمة الحرة : هذا المعلم هو بدوره ينبغي أن يكون حرا (و لذا يسمى معلم غليلي أو عطالي و فيه تنتقل الجسيمة بسرعة ثابتة).

2/ كمية الحركة: (quantité de mouvement)

❖ **تعريف:** كمية الحركة لجسيمة هي جداء كتلتها بشعاع سرعتها.



الشكل 1.5: كمية الحركة

$$\boxed{\vec{p} = m.\vec{v}} \qquad (1.5)$$

كمية الحركة مقدار شعاعي و هو مفهوم مهم جدا لأنه يشمل عنصرين يميزان الحالة التحريكية للجسيمة: **كتلتها** و **سرعتها**.

يمكن الآن إعطاء نصا جديدا لمبدأ العطالة:" **تنتقل الجسيمة الحرة دائما بكمية حركة ثابتة**".

- **إنحفاظ كمية الحركة:** (conservation de la quantité de mouvement)

إذ كان هناك تغير في السرعة أو في كمية الحركة فهذا يدل على أن الجسيمة ليست حرة.

نفترض وجود جسيمتين حرتين غير خاضعتين إلا للتأثرات المتبادلة بينهما وبالتالي فهما معزولتان عن باقي الكون:

في اللحظة t : $\vec{p} = m_1.\vec{v}_1 + m_2.\vec{v}_2$

و في اللحظة t' : $\vec{p}\,' = m_1.\vec{v}_1^{\,'} + m_2.\vec{v}_2^{\,'}$

أثبتت التجارب أن $\vec{p}=\vec{p}'$ أي أن كمية الحركة الكلية ، لجملة مكونة من جسيمتين خاضعتين لتأثيرهما المتبادل فقط ، تبقى ثابتة .

يمكن التعبير رياضيا عن مبدإ انحفاظ كمية الحركة لجملة مادية بالصيغة التالية:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots\dots\dots\dots\dots + \vec{p}_n = C^{te} \qquad C^{te} : \text{ثابت}$$

في حالة جسيمتين: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = C^{te}$

بين لحظتين t و t' :

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{\,'} + \vec{p}_2^{\,'} \Rightarrow \vec{p}_1^{\,'} - \vec{p}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_2^{\,'} \Rightarrow \boxed{\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2}$$

" **التغير في كمية الحركة لجسيمة خلال مجال زمني ما يساوي و يعاكس التغير في كمية الحركة للجسيمة الأخرى خلال نفس الزمن**".

و بعبارة أخرى فإن ما تكتسبه الجسيمة الأولى على شكل كمية في الحركة تفتقده الجسيمة الثانية على نفس الشكل و العكس بالعكس غير أن كمية الحركة للجملة المعزولة تبقى ثابتة.

3/ قوانين نيوتن الأخرى: (les autres lois de Newton)

القانون الثاني لنيوتن:(و هو تعريف أكثر منه قانونا)(deuxième loi de Newton)

" **المشتقة لكمية حركة الجسيمة بالنسبة للزمن تسمى قوة** "

أي أن المحصلة $\vec{F}$ للقوى المطبقة على الجسيمة هي:

$$\boxed{\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}} \qquad (2.5)$$

نسمي هذه المعادلة "معادلة الحركة" (équation du mouvement)

- **الكتلة ثابتة**: تبعا لهذا ، فإذا كانت الكتلة m ثابتة (و هذا ما هو شائع كثيرا في الميكانيك النيوتني) فإن:

$$\vec{F}=\frac{d(m\vec{v})}{dt} \Rightarrow \vec{F}=m\frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{F}=m.\vec{a}} \qquad (3.5)$$

- **حالة خاصة**: إذا كانت المحصلة $\vec{F}$ ثابتة فإن التسارع $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$ هو كذلك ثابت و الحركة تكون مستقيمة متغيرة بانتظام.

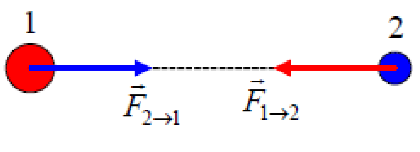
و هذا هو الذي يحدث بالضبط للأجسام التي تسقط على الأرض تحت تأثير قوة الجاذبية أو ما نسميه **الثقل**: $\vec{P}=m.\vec{g}$

- **الكتلة متغيرة**: في هذه الحالة فإن المحصلة $\vec{F}$ تكتب على الشكل:

$$\vec{F}=\frac{d(m\vec{v})}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{F}=m\frac{d\vec{v}}{dt}+\vec{v}.\frac{dm}{dt}} \qquad (4.5)$$

❖ **القانون الثالث لنيوتن**: (مبدأ الفعل و رد الفعل) (troisième loi de Newton)

نص القانون: " حينما تكون جسيمتان في حالة تأثير متبادل ، تكون القوة المؤثرة على إحداهما مساوية و معاكسة للقوة المؤثرة على الجسيمة الأخرى".



الشكل 2.5: الفعل و رد الفعل

هذا ما هو مبين على الشكل 2.5 و يمكّننا من كتابة:

$$\boxed{\vec{F}_{1\to2}=-\vec{F}_{2\to1}} \qquad (5.5)$$

4/ مفهوم القوة و قانون القوة: (notion de force et loi de force)

تعريف القوة بالمعادلة $\vec{F}=m.\vec{a}$ يسمح لنا بالتعبير عن القوة المناسبة للتأثير المدروس بدلالة العوامل الفيزيائية كالمسافات، الكتلة ، الشحنة الكهربائية للأجسام......

حينها نجد "قانون القوة ".

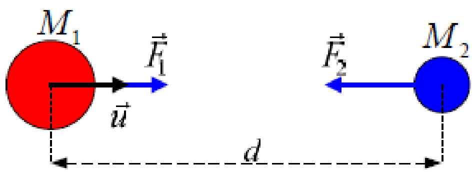
قانون القوة:(أو قانون التأثيرات المتبادلة): يوضح هذا القانون عبارة القوة $\vec{F}$ (المحصلة) المطبقة على نقطة مادية في حالة معينة.

فمثلا: العبارة $\vec{P}=m.\vec{g}$ هي قانون القوة الذي يعرّف ثقل جسم بجوار الأرض و الذي يسمح لنا بالتنبؤ بحركة أي جسم في حقل الجاذبية الأرضية.

قانون الجذب العام: (loi de la gravitation universelle)

قانون الجذب العام لنيوتن الذي وضعه سنة 1685 هو أساس النظرية التي تفسر كثيرا من الظواهر بدءا بحركة الكواكب و وصولا إلى السقوط الحر للأجسام مرورا بالمد و الجزر للبحر.

يفسر هذا القانون قوة التجاذب بين جسمين ذي كتلتين M_1 و M_2 تفصل بينهما مسافة d حيث تنشأ بينهما قوتي تجاذب $\vec{F_1}=-\vec{F_2}$.



الشكل:3.5

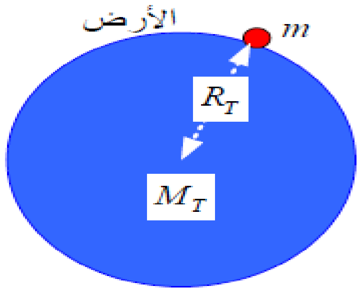
$$\vec{F_1}=G\frac{M_1.M_2}{d^2}\vec{u}\Rightarrow \boxed{F_1=G\frac{M_1.M_2}{d^2}}$$

حقل الجاذبية: (champ gravitationnel)

قوة الجاذبية الأرضية هي الثقل. في ما فات كنا نحسب الثقل بواسطة تسارع الجاذبية $\vec{g}$.

بفضل قانون الجذب العام لنيوتن و قانون القوة للثقل يمكن تحديد عبارة $\vec{g}$:

- **على سطح الأرض**: نحصل على قيمة شعاع حقل الجاذبية الأرضية كما يلي:



الشكل 4.5

$$\vec{F}=\vec{P}\Rightarrow G\frac{M_T.m}{R_T^2}=mg_0\Rightarrow \boxed{g_0=G\frac{M_T}{R_T^2}}$$

ثابت الجذب العام: $G=6.67\cdot 10^{-11}N.m^2.kg^{-2}$

كتلة الأرض: $M_T=5.98\cdot 10^{24}kg$

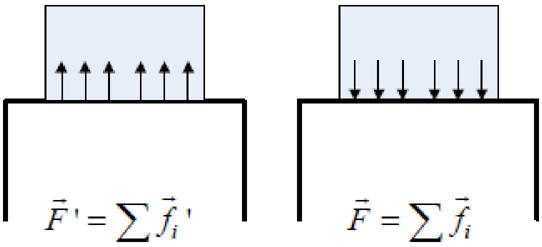
نصف قطر الأرض: $R_T=6.37\cdot 10^{6}m$

التطبيق العددي يعطينا القيمة: $\boxed{g_0=9.8N.kg^{-1}}$

7/ قوى التلامس أو قوى الترابط: (forces de liaison ou forces de contact)

نفهم هنا أننا نتكلم عن القوى المؤثرة بالتبادل بين جسمين متلامسين.

يمثل الشكل 7.5 جسما صلبا موضوعا على طاولة. الجسم في توازن على الطاولة أي أن التسارع معدوم $\vec{a}=\vec{0}$.



الشكل 7.5: قوى التلامس

مقابل القوة $\vec{F}$ ، و التي هي محصلة كل تجاذبات الجزيئات المكونة للجسم ، و المطبقة على الطاولة ، تطبق الطاولة القوة $\vec{F}'$ ، و هي محصلة كل تجاذبات الجزيئات المكونة لسطح الطاولة الملامس للجسم. تسمى القوتان $\vec{F}$ و $\vec{F}'$ بقوى التلامس كما يمكن تسميتها قوى الارتباط نظرا لوصل الجسمين ببعضهما.

8/ قوى الإحتكاك: (forces de frottement)

كل ما كان تلامس بين سطحين خشنين لجسمين صلبين إلا و كانت هناك مقاومة تعاكس الحركة النسبية للجسمين. هناك أنواع من الاحتكاكات:

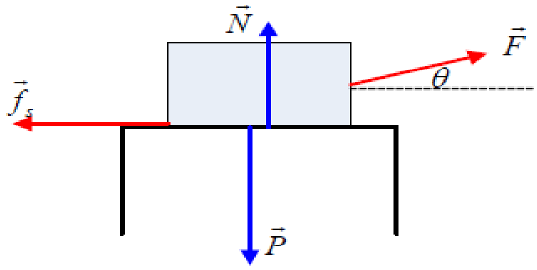
- الاحتكاك بين الأجسام الصلبة ومنها السكونية والحركية ،
- الإحتكاكات في الموائع.

❖ **قوة الإحتكاك السكوني:** (force de frottement statique)

قوة الاحتكاك السكوني هي القوة التي تبقي جسما في حالة سكون و لو بوجود قوى خارجية.

- حالة جسم موضوع على مستوى أفقي:

يجب تطبيق قوة دنيا (صغرى) $\vec{F}$ حتى يتحرك الجسم الموضوع على الطاولة (الشكل 8.5).



الشكل 8.5 : قوة الاحتكاك

الجسم في سكون: $\sum_i \vec{F}_i=\vec{0}$

بالإسقاط على المحورين الأفقي و الشاقولي:

$$\left.\begin{array}{l} N+F.\sin\theta-P=0 \\ F.\cos\theta-f_s=0 \end{array}\right| \Rightarrow \boxed{f_s=F.cos\theta}$$

لو كانت الزاوية θ معدومة لكانت $f_s = F$ و $P = N$. لاحظ أن $P \neq N = P - F.\sin\theta$ يبقى الجسم ساكنا حتى تتمكن القوة المطبقة $\vec{F}$ من اقتلاعه عن السطح. مباشرة قبل الاقتلاع تبلغ قوة الإحتكاك قيمتها الأعظمية المحددة بالقانون: $f_s = \mu_S N$ حيث μ_S معامل الإحتكاك السكوني و N القوة الناظمية.

و عليه يصبح لدينا:

$$\boxed{f_s \leq f_{s,\max} = \mu_S . N}$$

في مثالنا هذا :

$$N = P - F\sin\theta \Rightarrow \boxed{f_{s,\max} = \mu_S . N = \mu_S (P - F\sin\theta)}$$

لا بد أن تكون $N > 0$ وبالتالي فإن $P > F.\sin\theta$ و إلا فإن الجسم يرتفع عن السطح.

مثال :

وضع جسم ثقله $80N$ على سطح أفقي خشن. نطبق عليه قوة شدتها $20N$ تصنع الزاوية $30°$ مع الأفق. معامل الإحتكاك السكوني 0.30.

ا/ ما شدة قوة الإحتكاك السكوني ؟

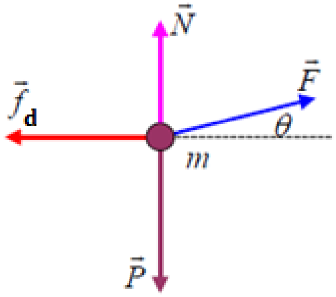
ب/ ما شدة القوة الناظمية ؟

ج/ ما شدة قوة الإحتكاك السكوني الأعظمية ؟

د/ كم يجب أن تبلغ شدة القوة المطبقة حتى يقلع الجسم ؟

❖ **قوة الإحتكاك الحركي:** (force de frottement cinétique)

قوة الاحتكاك الحركي هي القوة التي تقاوم الحركة عندما ينتقل جسم على سطح خشن و تحسب شدتها بالقانون:



$$f_d = \mu_d N$$

في حالة قوى الاحتكاك السكوني الجسم في سكون ، بينما هنا في حالة الاحتكاكات الحركية فإن الجسم في حركة.

انطلاقا من المثال السابق، و باعتبار الآن الجسم في حركة ، يمكن تحديد عبارة قوة الاحتكاك الحركي بعد أن نضع عبارة القوة الناظمية:

$$N + F.\sin\theta - P = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} N = P - F.\sin\theta \\ f_d = \mu_d N \end{array}\right| \Rightarrow \boxed{f_c = \mu_d (P - F.\sin\theta)}$$

بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على المثال السابق باعتبار m كتلة الجسم، يمكننا كتابة:

$$F.\cos\theta - f_d = ma \Rightarrow \boxed{f_d = F.\cos\theta - ma}$$

حيث μ_c يرمز إلى معامل الاحتكاك الحركي(أو التحريكي) و N تمثل القوة الناظمية.

مثال :

ينزلق جسم كتلته $10,2kg$ على مستوى أفقي خشن تحت تأثير قوة شدتها $20N$.
حامل القوة يصنع مع الأفق زاوية مقدارها $45°$ إلى الأعلى. معامل الاحتكاك الحركي $0,15$. نأخذ $g = 9,8ms^{-2}$. أحسب شدة:

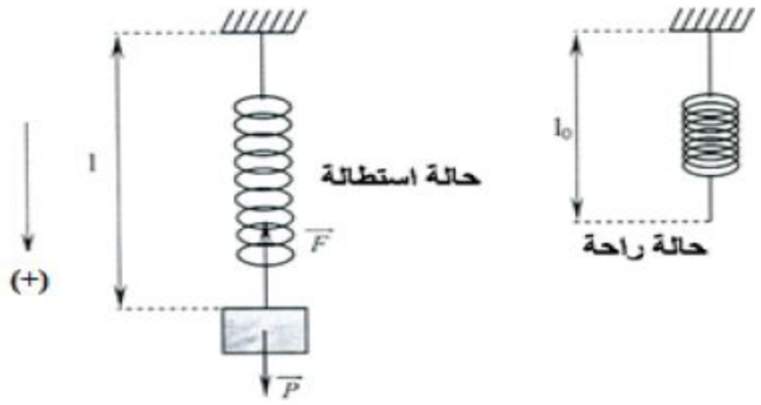
ا/ القوة الناظمية، ب/ قوة الإحتكاك الحركي، ج/ محصلة القوى ، د/ التسارع المكتسب.

الأجوبة: ا/ $N = 85.82N$ ب/ $f_c = 12.9N$ ج/ $F_R = 1.24N$ د/ $a = 0.12ms^{-2}$

9/ القوى المرنة: (forces élastiques)

القوى المرنة تحدث حركات دورية.

$$\boxed{F = -kx}$$



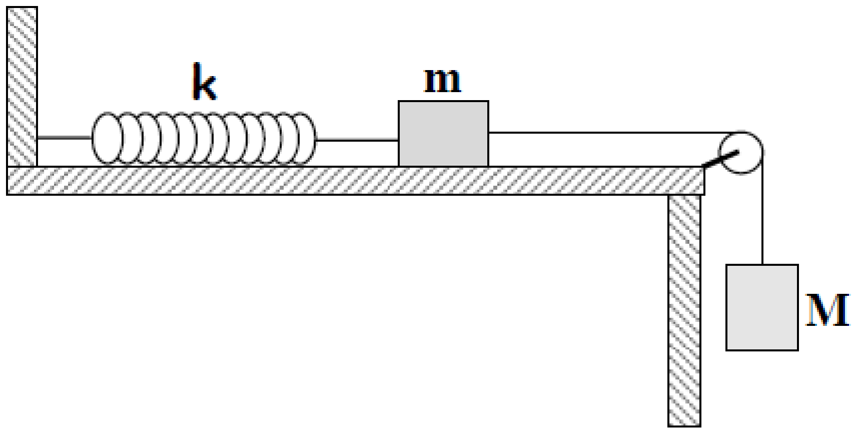
تمرين

نعتبر جسم ذو كتلة M مرتبط بجسم أخر ذو كتلة $m = 2kg$ عن طريق خيط غير قابل للتمطيط كتلته مهملة. و ليكن نابض ثابت مرونته **K=150N/m** كتلته مهملة مربوط بالكتلة m من جهة و بالحائط من الجهة الأخرى.

1/ باعتبار احتكاك الكتلة m مهمل على المستوي الأفقي احسب حرفيا التسارع الناتج عن النظام وكذلك توتر الخيط.

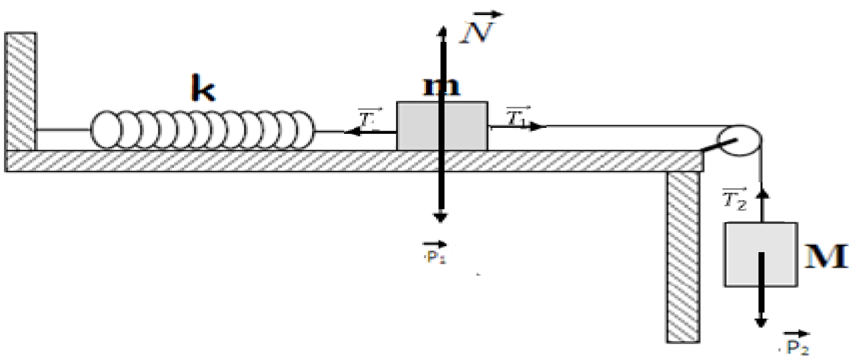
2/ باعتبار الاحتكاكات غير مهملة و النابض غير مستطيل. ما هي القيمة العظمى للكتلة M المعلقة التي من اجلها يبقى النظام ساكن. يعطى معامل الاحتكاك السكوني $\mu_s = 0.6$

3/نأخذ الآن الكتلة $M = 3kg$ نعتبر النابض استطال بقيمة**10cm** . احسب تسارع النظام وكذلك توتر الخيط مع العلم آن معامل الاحتكاك الحركي $\mu_d = 0.4$



الحل

/1



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

على الكتلة m

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\overrightarrow{P_1} + \vec{T} + \vec{N} + \overrightarrow{T_1} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{matrix} T_1 - T = ma \\ N - P_1 = 0 \Rightarrow N = mg \end{matrix}$$

على الكتلةM

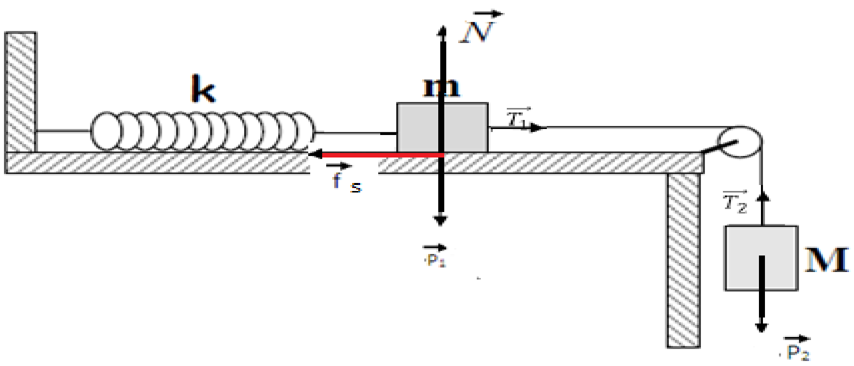
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{T_2} = M\vec{a} \quad \Rightarrow Mg - T_2 = ma \Rightarrow Mg - Ma = T_2$$

Avec $Mg - Ma - kx = ma$ et $a = \frac{Mg-kx}{m+M}$

$$T_1 = M\left(g - \frac{Mg - kx}{m + M}\right)$$

2/



بتطبيق القانون الأول لنيوتن

على الكتلة m

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{f_s} + \vec{N} + \overrightarrow{T_1} = \vec{0} \Rightarrow \begin{matrix} T_1 - f_s = 0 \\ N - P_1 = 0 \Rightarrow N = mg \end{matrix}$$

$$f_s = \mu_s N = \mu_s\, mg$$

على الكتلة M

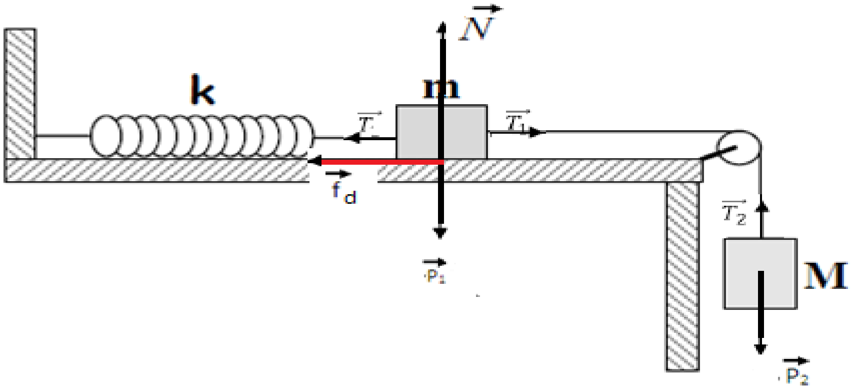
$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{P_2}+\overrightarrow{T_2}=\vec{0} \quad \Rightarrow Mg-T_2=0 \Rightarrow Mg=T_2$$

$$\mu_s\, mg = Mg \Rightarrow \mu_s\, m = M$$

M=1.6kg

3/



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

على الكتلة m

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\overrightarrow{P_1}+\vec{T}+\vec{N}+\overrightarrow{f_d}+\overrightarrow{T_1}=m\vec{a} \quad \Rightarrow \begin{matrix} T_1-T-f_d=ma \\ N-P_1=0 \Rightarrow N=mg \end{matrix}$$

$$f_d=\mu_d N=\mu_d\, mg$$

على الكتلة M

$$\overrightarrow{P_2}+\overrightarrow{T_2}=M\vec{a} \quad \Rightarrow Mg-T_2=ma \Rightarrow Mg-Ma=T_2$$

Avec $Mg-Ma-kx-\mu_d\, mg=ma$ et $a=\frac{Mg-kx-\mu_d\, mg}{m+M}$

$a=1.91m/s^2$

$$T_1=M(g-a)=23.7N$$