

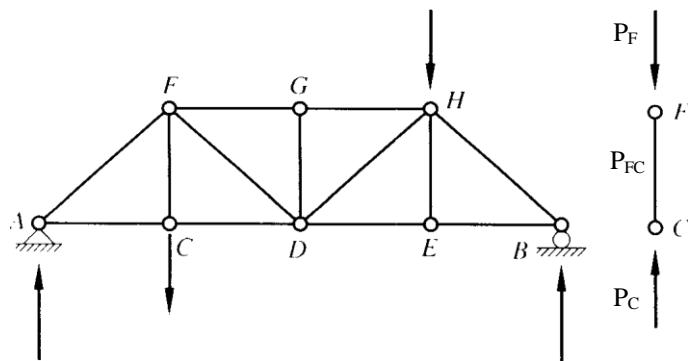
CHAPITRE 5 :

LES TREILLIS.

1. Introduction :

Un **treillis** ou **système réticulé** est un système composé de barres droites articulées à leurs extrémités ; on appelle **nœuds** les points d'articulations communs à plusieurs barres ; Un treillis étant une structure légère, il est généralement utilisé pour des portées relativement longues dans les bâtiments et les ponts.

On suppose que les forces extérieures sont appliquées aux nœuds. Il en résulte qu'une barre FC du système comprise entre les nœuds F et C est sollicitée par deux forces axiales P_F et P_C transmises par ces nœuds. La barre isolée doit être en équilibre sous l'action de ces deux forces, ce qui exige que celles-ci soient de sens opposé et d'intensité égale (*figure 1.1*). La barre FC supporte donc uniquement un effort normal P_{FC} qui est considéré comme :



⇒ **Positif** si la barre FC est tendue (**Traction**)

⇒ **Négatif** si la barre FC est comprimée (**Compression**)

Figure 1.1

Lorsque toutes les barres ainsi que les forces appliquées sont dans un même plan, le treillis est appelé un **treillis plan** ; dans le cas contraire, il s'agit d'un **treillis spatial**. La cellule de base d'un treillis plan est le **triangle** et les trois barres (*figure 1.2a*) articulées à leurs extrémités forment une structure stable pour supporter la charge Q. Le treillis de la figure 1.2a peut être agrandi par juxtaposition de triangles, et on obtient ainsi un **système triangulé** (*figure 1.2b*)

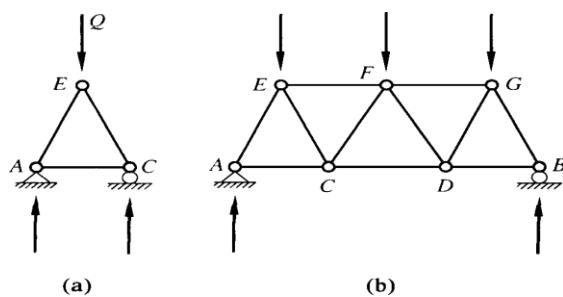


Figure 1.2

2. Définitions :

Un treillis ou système réticulé est **extérieurement isostatique** si les actions d'appui peuvent être déterminées à partir des trois équations d'équilibre de la statique ; dans le cas contraire, le treillis est **extérieurement hyperstatique** ; Par ailleurs, un treillis est **intérieurement isostatique** si les efforts dans les barres peuvent être déterminés par les équations d'équilibre de la statique à partir des charges et des actions d'appui préalablement calculées ; dans le cas contraire, le treillis est **intérieurement hyperstatique**.

Le calcul des treillis consiste à déterminer les actions d'appuis et les efforts dans les barres. Soit le treillis plan de la *figure 1.3a*. ce treillis contient **n** noeuds et **b** barres. Les forces qui agissent sur les noeuds sont les forces extérieures, les efforts dans les barres et les actions d'appuis. Pour chaque noeud, on peut écrire deux équations d'équilibre (*figure 1.3b*) par rapport aux axes x et y .

x et y .

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_x &= \vec{0} \\ \sum \vec{F}_y &= \vec{0}\end{aligned}\quad (2.1)$$

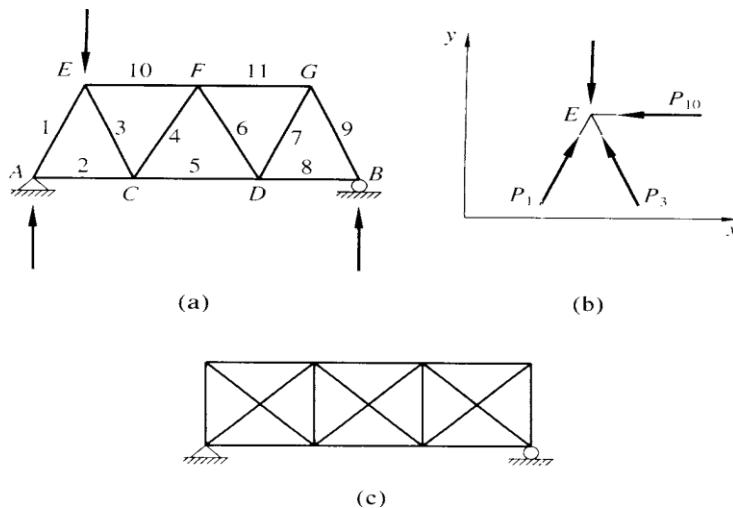


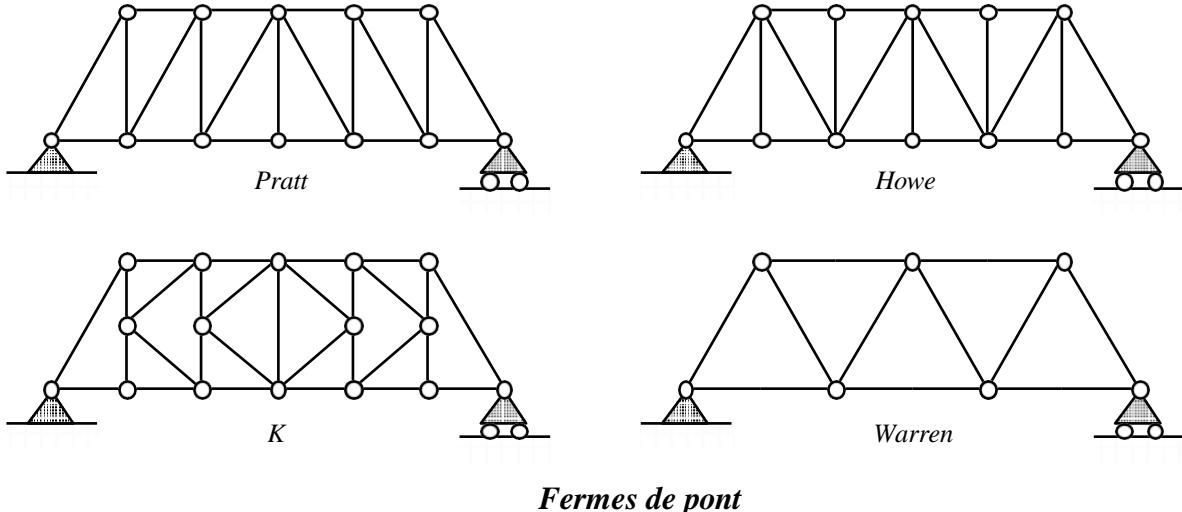
Figure 2.1

On définit une **poutre à treillis** comme étant un système réticulé plan, vertical, qui repose sur des appuis de niveau, qui est soumis à des charges verticales et dont la portée est nettement supérieure à sa hauteur. On désigne les barres supérieures et inférieures orientées suivant la longueur de la poutre treillis par les **membrures** supérieures et inférieures et les barres orientées obliquement et verticalement par les **diagonales** et les **montants**.

3. Type de treillis

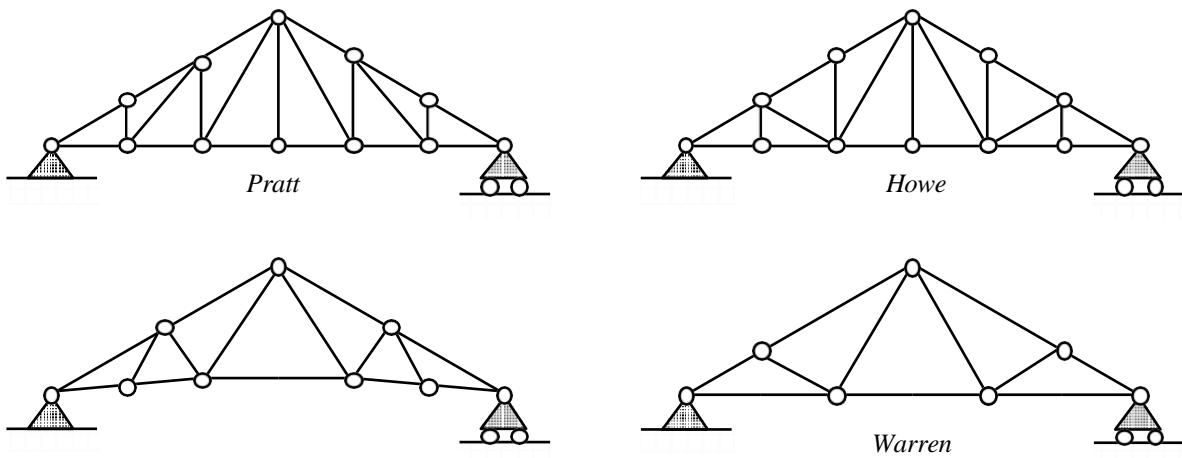
Les treillis peuvent être classés en plusieurs catégories comme par exemple :

- 1-Ferme de pont
- 2-Ferme de toit
- 3-Grue
- 4-Autres



Fermes de pont

Fig. 3.1



Fermes de toit

Fig. 3.2

La différence entre les poutres **Pratt** et **Howe** est que dans la poutre **Pratt**, les diagonales sont descendantes dans la moitié gauche et montantes dans la moitié droite, tandis que dans la poutre **Howe**, c'est l'inverse. Dans la poutre **Howe**, les diagonales sont habituellement comprimées. Les poutres **Warren**, quant à elles, sont des poutres triangulées comportant des membrures et des diagonales. Elles peuvent aussi être munies de montants pour transmettre les charges aux nœuds supérieurs. On rencontre aussi d'autres poutres à treillis comme les poutres en **K** et les poutres à treillis composées et complexes.

4. Dénomination Des Barres Dans Les Système En Treillis

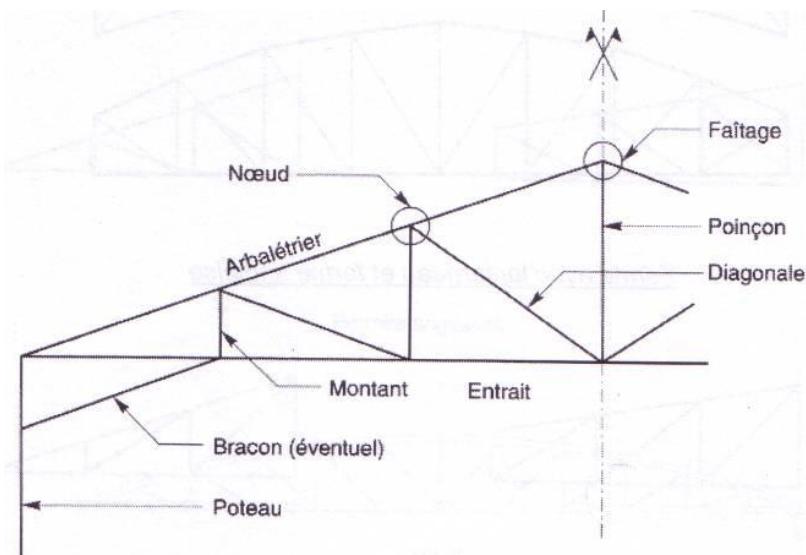


Fig. 5.1

5. FORCES INTERNES

5.1 Introduction

Le treillis est une structure en équilibre, donc chacune de ses parties et composantes (barres, nœuds et sections) est en équilibre. Afin de déterminer les forces internes de tension ou de compression dans les barres on a à notre disposition plusieurs méthodes qui se divisent en deux catégories:

- 1- Méthodes analytiques :
Méthode des nœuds.
- 2- Méthodes des coupes :
• Méthode analytique de Ritter,

5.2 Détermination de degré d'hyperstaticité

Avant d'entreprendre le calcul des contraintes dans les barres d'un treillis, il faut d'abord vérifier si ce treillis respecte la relation vue précédemment, à savoir :

$$m = 2n - 3$$

Car si $m < 2n - 3$ Le treillis est mou (système instable)

et si $m > 2n - 3$ Le treillis est hyperstatique, c'est-à-dire qu'il contient plus de barres que nécessaire et nous n'étudierons pas ce cas ici.

Si $m = 2n - 3$ est respectée, il faut alors vérifier si l'ordre de construction a été respecté. Le fait de déplacer une barre détruit la rigidité d'un treillis.

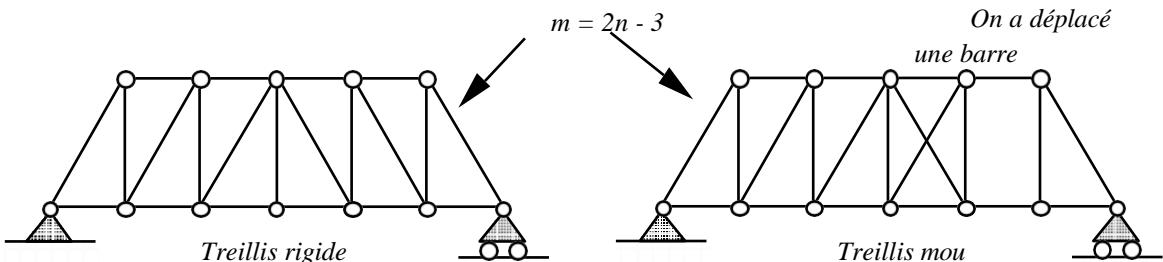


Fig. 5.2

5.3 Représentation des forces internes

L'action des forces externes sur une structure engendre des forces internes de tension ou de compression dans les barres de cette structure.

A Force de tension (ou traction)

Lorsque les forces externes, agissant par exemple sur les noeuds A et B d'une structure, tendent à allonger la barre AB, on dit que cette barre travaille en tension. Mais les forces externes provoquent les forces internes opposées de même grandeur, c'est le principe d'action et réaction. On représente donc une force de tension dans une barre en tirant sur ce noeud. La figure ci-contre illustre une force de tension dans une barre.

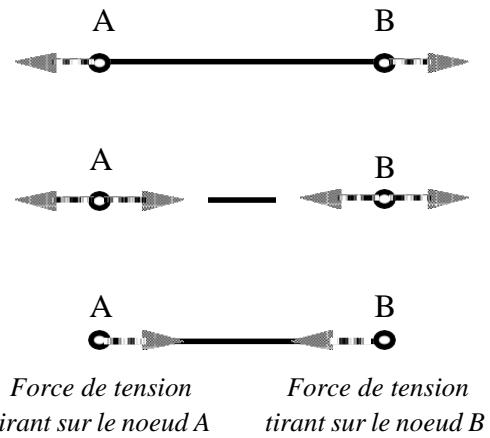


Fig. 5.3

B Force de compression

Lorsque les forces externes, agissant par exemple sur les nœuds A et B d'une structure, tendent à comprimer la barre AB, on dit que cette barre travaille en compression. Mais les forces externes provoquent les forces internes opposées de même grandeur, c'est le principe d'action et réaction. On représente donc une force de compression dans une barre en poussant sur ce noeud. La figure ci-contre illustre une force de compression dans une barre.

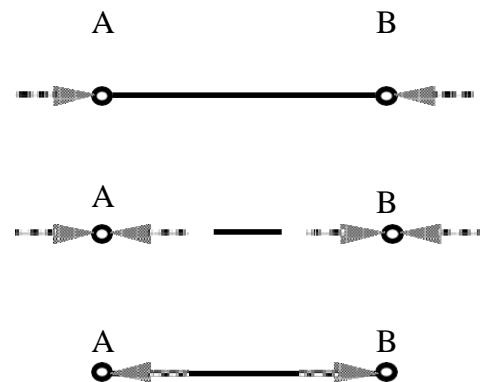


Fig. 5.4

6. Méthode des Nœuds pour un Treillis

Méthode analytique des nœuds Cette méthode est basée sur le fait que chaque noeud isolé doit être en équilibre. Sur chaque barre, l'effort est nécessairement sur l'axe reliant les deux articulations. Par le fait même, les forces sur un nœud sont toujours concourantes. Donc, les efforts se rencontrent sur le nœud. En plus, on a vu que l'on ne peut charger un treillis sur une barre mais on peut sur le nœud donc, on en arrive à un système de forces concourantes autour des nœuds.

6.1Principe de la méthode des nœuds

Chaque nœud est en équilibre sous l'action des forces des barres qui y convergent et des charges extérieures. Les équations d'équilibre pour chaque nœud sont :

$$\Sigma F_x = 0 \text{ et } \Sigma F_y = 0.$$

6.2Étapes de la méthode

1. Calculer les réactions d'appui (via équilibre global de la structure).
2. Isoler un nœud ayant au plus deux forces inconnues.
3. Appliquer les équations d'équilibre ($\Sigma F_x=0$, $\Sigma F_y=0$).
4. Résoudre les forces dans les barres.
5. Passer au nœud suivant jusqu'à déterminer toutes les barres.

La méthode des nœuds permet d'analyser avec rigueur les efforts internes d'un treillis isostatique. Elle constitue une base essentielle en résistance des matériaux et en conception des structures métalliques et bois.