Chapitre 2

TRACTION ET COMPRESSION

1. INTRODUCTION

Ce chapitre étudie le comportement des éléments de structure sollicités axialement. Tous les éléments ayant des lignes moyennes droites et soumis à des efforts axiaux (de traction ou de compression) font l'objet de cette étude.

Ce type d'éléments (généralement des barres) fig 1.1 peuvent être rencontrés dans différentes structures tel que les systèmes réticulés (ferme, poutre à treillis,...etc), les diagonales de contreventement, les boulons, et les poteaux des bâtiments...etc. Les aires des sections de ces éléments peuvent avoir plusieurs formes: section pleine, creuse, ou à paroi épaisse.

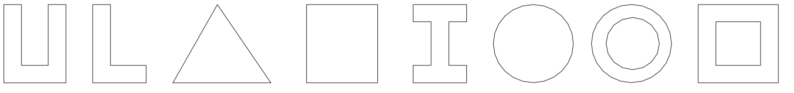


Fig. 1.1

Le calcul des contraintes maximales développées et les déformations longitudinales constituent une étape essentielle dans l'analyse et la conception des structures formées d'éléments sollicités par des efforts axiaux.

2. Définition la traction et la compression simple

La traction et la compression simples désignent deux modes fondamentaux de sollicitation axiale d'un élément de structure. Un élément, généralement une barre à fibre moyenne rectiligne, est dit travailler en ***traction simple*** lorsque ses extrémités sont soumises à deux forces extérieures égales, opposées et colinéaires, tendant à l'allonger. À l'inverse, il travaille en ***compression simple*** lorsque ces mêmes forces, également égales, opposées et colinéaires, tendent plutôt à le raccourcir. Dans les deux cas, les forces appliquées génèrent un effort normal : positif en traction, négatif en compression. Ces sollicitations apparaissent notamment dans les barres des structures réticulées, les diagonales de contreventement, les poteaux et divers éléments d'assemblage.

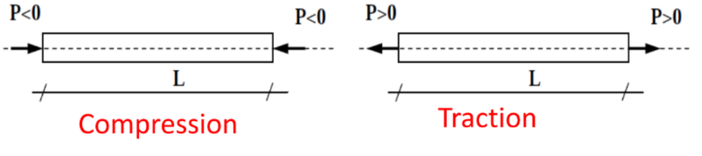


Fig : 2.1

Remarque

La traction simple (ou la compression simple) satisfait à trois conditions :

$$N(x) \neq 0$$
$$T(y) = 0$$
$$M = 0$$

3. Détermination des efforts intérieurs

Considérons le cas où les forces extérieures agissent suivant l'axe de la barre. Pour déterminer les efforts intérieurs appliquons la méthode des sections.

Réalisons une coupe suivante a-a et examinons l'équilibre de la partie découpée (Fig.3.1).

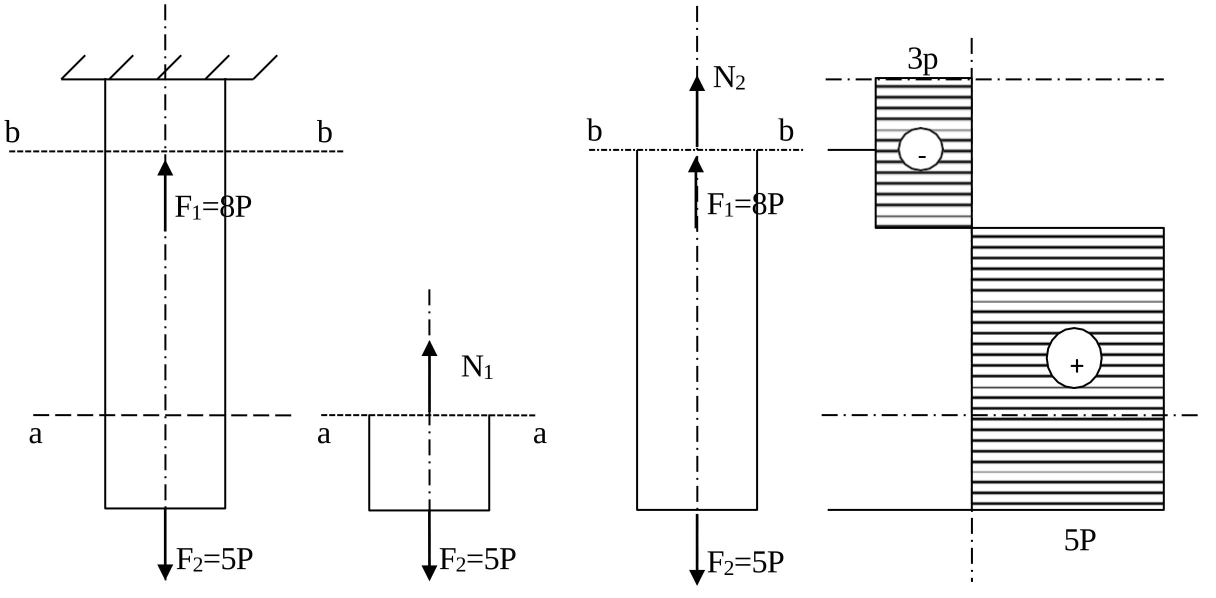


Fig.3.1

On considère une coupe normale à l'axe **a-a** de la barre et on remplace l'action mécanique exercée par la partie inferieur par une force normale interne N appliquée sur la section coupée. En isolant la partie étudiée de la barre et en projetant toutes les forces sur la direction parallèle à l'axe, l'équilibre axial s'écrit :

$$\boldsymbol{\Sigma F = 0 \ \Rightarrow \ N_1 - F_2 = 0 \ \Rightarrow \ N_1 = F_2 = 5P}$$

D'une façon analogue, trouvons la force normale qui agit dans la section b-b.

$$\boldsymbol{\Sigma F = 0 \ \Rightarrow \ N_2 + F_1 - F_2 = 0 \ \Rightarrow \ N_2 = F_2 - F_1}$$

$$\boldsymbol{N_2 = 5P - 8P \ \Rightarrow \ N_2 = -3P}$$

Le signe moins montre que la direction de la force ***N2*** n'est pas la traction mais la compression.

D'une manière générale la valeur de l'effort normal N_x dans une section droite quelconque d'une barre est égale à la somme algébrique de tous les efforts longitudinaux extérieurs (concentrés P et arbitrairement répartie, d'intensité q_x).

4. Relation Contraintes – Déformations

4.1 Loi de Hooke

Pour un grand nombre de matériaux, l'essai de traction monte qu'il existe une zone élastique pour laquelle l'effort de traction est proportionnel à l'allongement ΔL. Autrement dit, le rapport ΔL /N est constant (analogie avec un ressort F =K.x).

Cette propriété est énoncée par la loi de Hooke : en déformation élastique, la contrainte normale σ est Proportionnelle à l'allongement relatif ε :

$\sigma = E.\,\varepsilon$

Avec

σ : la contrainte normale (en MPa)

ε : appelé allongement relatif ou allongement unitaire ou dilatation linéique relative ;

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L - L_0}{L}$$

ΔL : l'allongement absolu à
Lo : la longueur initiale de l'éprouvette
E : le module d'élasticité longitudinale ou module d'Young (en MPa)

Remarques :

Le module d'élasticité longitudinale E est une caractéristique (propriété mécanique intrinsèque) du matériau.

Exemple : reprenons le cas du tirant. (d = 28 mm, σ = 100 MPa, E = 200 GPa, L = 2.8 m).

Déterminons l'allongement du tirant :

$$\boxed{\begin{array}{l} \varepsilon = \dfrac{\Delta L}{L} = \dfrac{\sigma}{E} = \dfrac{100}{200\ 000} = 0.0005 \\[2em] \Delta L = \varepsilon \times L = 0.0005 \times 2\ 800 = 1.4\ mm \end{array}}$$

4.2 Essai de traction sur éprouvette

L'essai de traction est une méthode expérimentale normalisée qui consiste à soumettre une éprouvette à un effort de traction croissant jusqu'à sa rupture, afin de déterminer ses propriétés mécaniques.

Le diagramme ci-dessous illustre les résultats obtenus lors de l'essai de traction sur l'éprouvette.
Il représente l'évolution de la contrainte σ en fonction de la déformation ε (ou de l'allongement), permettant d'identifier les différentes **zones du comportement du matériau** :

1. **Zone élastique** : la contrainte est proportionnelle à la déformation ($\sigma = E \cdot \varepsilon$). Le matériau reprend sa forme initiale si la charge est relâchée.
2. **Zone plastique** : après la limite élastique, le matériau subit des déformations permanentes. La contrainte augmente lentement avec la déformation.
3. **Zone d'écrouissage** : partie de la zone plastique où le matériau résiste de plus en plus à l'allongement ; la contrainte continue d'augmenter avant d'atteindre la contrainte maximale (résistance ultime).
4. **Zone de striction** : après la contrainte maximale, la section de l'éprouvette diminue localement, provoquant une augmentation de la déformation locale et une diminution de la contrainte nominale.
5. **Rupture** : événement final de l'essai lorsque l'éprouvette se rompt.

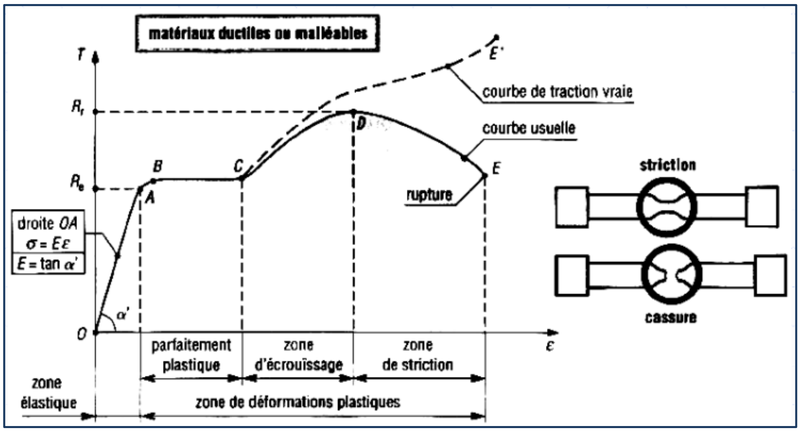


Fig 4.1 : Courbe contrainte - déformation dans un essai de traction

Condition de résistance

Pour des conditions de sécurité liées à l'usage de l'appareil, la contrainte σ précédemment déterminée doit rester inférieure à une contrainte limite admissible, appelée résistance pratique à l'extension **Rpe**. La résistance pratique **Rpe** est fixée par des normes ou par le constructeur. Dans le cas général, **Rpe** est définie à partir de la limite élastique **Re** du matériau, déterminée par l'essai de traction.

$$\sigma_{Maxi} = \frac{N}{S} \leq Rpe = \frac{Re}{s}$$

Re la résistance élastique du matériau (en Mpa) ;

S un coefficient de sécurité ;

Rpe la résistance pratique à l'extension ;

Example D'un Systèmes De Barres Isostatiques

Un système est isostatique quand on peut déterminer les efforts internes par les seules équations d'équilibre.

Exemple

Déterminer les efforts, les contraintes et les déformations dans les différents tronçons de la colonne représentée sur la Fig. 6.6, sachant que $d_{1\text{-}1}$ = 50 mm, $d_{2\text{-}2}$ = 100 mm, $d_{3\text{-}3}$ = 200 mm et $E = 2.1 \times 10^5$ N/mm²

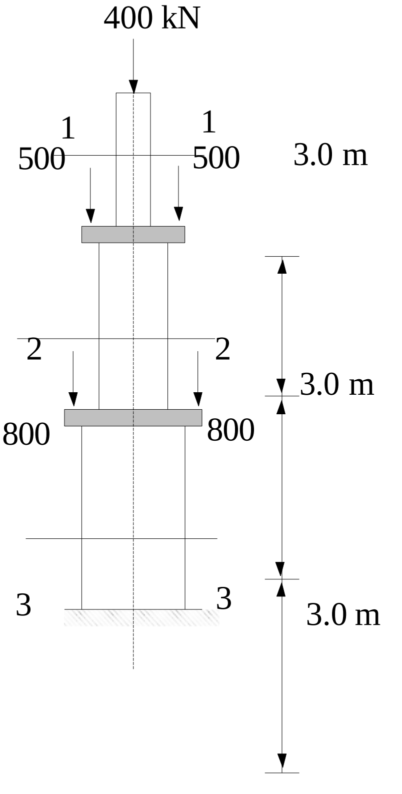


Fig. 6.6

Section 1-1:

$N + 400 = 0 \Rightarrow N = -400$ kN

$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{-400 \times 10^3}{\pi \times (25)^2} = -203.7 \, N/mm^2$$

$$\Delta L_{AB} = \frac{\sigma L}{E} = \frac{-203.7 \times 3000}{2.1 \times 10^5} = -2.91 mm$$

Section 2-2:

$N + 400 + 2 \times 500 = 0 \Rightarrow N = -1400$kN

$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{-1400 \times 10^3}{\pi \times (50)^2} = -178.3 \, N/mm^2$$

$$\Delta L_{BC} = \frac{\sigma L}{E} = \frac{-178.3 \times 3000}{2.1 \times 10^5} = -2.55 mm$$

Section 3-3:

$N + 400 + 2 \times 500 + 2 \times 800 = 0$

$\Rightarrow N = -3000$kN

$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{-3000 \times 10^3}{\pi \times (100)^2} = -95.5 \, N/mm^2$$

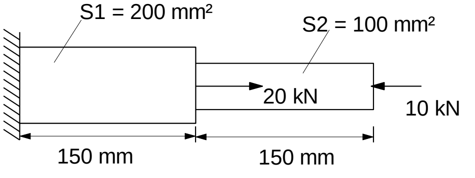
$$\Delta L_{CD} = \frac{\sigma L}{E} = \frac{-95.5 \times 3000}{2.1 \times 10^5} = -1.36 mm$$

$\Delta L_t = -2.91 - 2.55 - 1.36$
$= -6.82$ mm

EXERCICES

5.1 Déterminer la contrainte normale dans les deux sections de la barre ci-dessous, et l'allongement total ΔL sachant que $E = 2.0 \times 10^5$ N/mm².

✓ *-3.62* x 10^{-2} *mm*



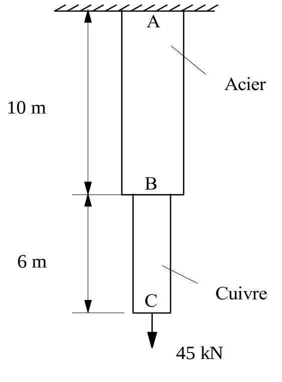
5.2 Deux barres prismatiques sont co-axialement soudées et supportent une charge verticale de 45 kN. L'aire de la section de la barre en acier AB est de 6500 mm² et de densité 7.83 gr/cm^3; les valeurs correspondantes de la barre en cuivre BC sont 5100 mm² et 8.30 gr/cm^3.

Déterminer les contraintes maximales et minimales dans chaque barre.

✓ *barreAB: 9.31, 8.82 N/mm²,*

barreBC:8.07N/mm²,7.31 N/mm²

Fig. E5.2



5.3 Les forces de compression et de traction maximales qu'une barre puisse supporter sont 15.4 kN et 6.6 kN respectivement. Si la longueur de cette barre est de 3.2 m et l'aire d'une section transversale est de 418 mm², déterminer la différence entre la longueur maximale et minimale de cette barre sachant que $E = 2.07 \times 10^5$ N/mm².

✓ *0.81 mm*

5.4 Une barre d'aluminium de 250 mm de long, a une section transversale carrée de 50 mm de coté. La barre est soumise à une tension qui provoque un allongement de 0.29 mm.

Déterminer le changement de température nécessaire pour que le volume de la barre reste inchangé. Le coefficient de Poisson de l'aluminium $\nu = 0.33$ et le coefficient de dilatation thermique $= 2.8\times10^{-5}$ /°C

✓ *-4.7 °C*

5.5 Une barre d'acier de 50 mm de diamètre et de 200 mm de longueur, est libre à se déplacer à l'intérieur d'un tube cylindrique en cuivre d'épaisseur 3 mm.

Déterminer les contraintes qui se développent dans l'acier et le cuivre sous l'effet d'une compression de 100 kN. Les modules d'élasticité de l'acier et du cuivre sont 2.07×10^5N/mm² et 0.90×10^5 N/mm² respectivement.

✓ *45.7 N/mm², 20.56 N/m*