

Chapitre I: suite part (a) (M, l, p(m))

* Nombre de modes normaux:

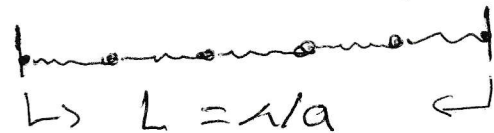
→ Deux types de Conditions aux limites sont utilisées:

1) Conditions aux limites fixes: $U_0 = U_N = 0$

* cristal fini: Les seules vibrations possibles

correspondent aux ondes stationnaires de la forme:

$$U_s = U e^{-i\omega t} \sin Ksa$$



$$L = a$$

ou a: $U_s = U_{s+N} e^{-i\omega t}$

$$U e^{-i\omega t} \sin Ksa = U e^{-i\omega t} \sin K(s+N)a = 0$$

Pour $s=0 \rightarrow \boxed{\sin KNa = 0}$ d'où $\boxed{KNa = n\pi}$

$$K = \frac{n\pi}{Na} = \frac{n\pi}{L}, \quad n \in \mathbb{N}^*$$

$$K_{\min} = \frac{\pi}{Na} \quad \text{et} \quad K_{\max} = \frac{\pi}{a}$$

$$K = \frac{n\pi}{L} ; \quad K = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\pi}{L} \rightarrow \boxed{n \frac{\lambda}{2} = L}$$

2) Conditions périodiques de Born - Van Karman (BVK)

$$U_s = U_{s+N} \quad / \quad \boxed{U_s = U e^{i(Ksa - \omega t)}} \quad \text{onde progressive.}$$

$$U e^{i(Ksa - \omega t)} = U e^{i[K(s+N)a - \omega t]} = U e^{i(Ksa - \omega t)} e^{iKNa}$$

$$\rightarrow e^{iKNa} = 1 \rightarrow \boxed{KNa = 2n\pi} \rightarrow \boxed{K = \frac{2n\pi}{Na}} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$K_{\min} = 0, \quad K_{\max} = \frac{2\pi}{a}, \quad \text{le pos de } K \text{ est } \boxed{\frac{2\pi}{L}}$$

* Densité d'états : Chapitre I : Solide

→ Une densité d'états $g(k)$ est le nombre d'états permis par unité de volume :

Pour :

$$\begin{aligned} 1D &\rightarrow g(k)dk = \frac{dk}{2\pi} \\ 2D &\rightarrow g(k)dk = \frac{d^2k L}{(2\pi)^2} \\ 3D &\rightarrow g(k)dk = \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{nombre d'états} \\ \text{permis entre} \\ k \text{ et } k+dk \end{array}$$

→ Le nombre d'états compris dans un intervalle dk est :

$$\boxed{dN_k = g(k)dk}$$

* Quantification Des Vibrations du réseau :

→ L'énergie d'une vibration du réseau est quantifiée
 → Le quantum d'énergie est appelé phonon.
 → Les ondes élastiques dans les cristaux sont formées de phonons.

→ Les vibrations thermiques des cristaux sont des ~~phonons~~ phonons excités thermiquement.

→ L'énergie ~~d'un mode~~ d'un mode élastique de pulsation ω est :

$$\boxed{\bar{E} = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega}$$

$n = n_{ph}$ est le nombre de phonons par mode.

→ Le terme $\frac{1}{2} \hbar \omega$ est l'énergie de point zéro.

~

