المحور الخامس: اختلاف (عدم ثبات، عدم تجانس) التباين

المحاضرة 7:

لقد سبق وذكرنا أن تحليل الانحدار يعتمد على فروض خاصة يقوم عليها إدخال المتغير العشوائي في التحليل.

هي ثبات تباين الحد العشوائي homoscédasticité او تساوي انحراف المشاهدات عن خط الانحدار:

$$\text{Var}\ (\varepsilon_t) = \text{E}(\varepsilon_t^2) = \delta_\varepsilon^2 \qquad \forall t$$

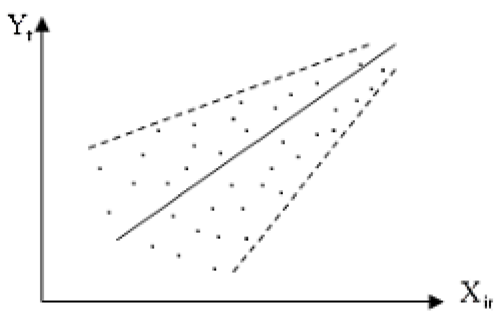
وباستخدام المصفوفات:

$$E(\varepsilon\varepsilon') = \delta_\varepsilon^2 I = \begin{pmatrix} \delta_\varepsilon^2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_\varepsilon^2 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & \delta_\varepsilon^2 \end{pmatrix}$$

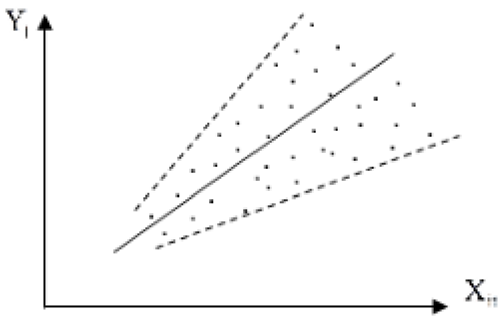
في الواقع فإن تحقق هذه الفرضية مستبعد في عديد الدراسات، حيث يكون التباين غير ثابت، بل يختلف لكل مشاهدة من مشاهدات العينة، فتصبح لدينا قيم مختلفة وغير ثابتة لتباينات المتغير العشوائي، وبالتالي فإن قطر مصفوفة التباين والتباين المشترك للمتغير العشوائي يحتوي على قيم مختلفة وغير ثابتة.

1- طبيعة مشكلة عدم تجانس التباين

تتمثل مشكلة عدم ثبات التباين عدم تجانس التباين في تغير تباين المتغير العشوائي مع تغير قيم المتغير المستقل (المفسر)، وفي هذه الحالة يأخذ شكل الانتشار أحد الأوضاع التالية:



1. تناقص تباين المتغير العشوائي



2. تزايد تباين المتغير العشوائي

2- أسباب مشكلة عدم ثبات التباين:

- غالبا ما تحدث هذه المشكلة في النماذج التي تعتمد على البيانات المقطعية CROSS-SECTION عكس بيانات السلاسل الزمنية. فاستخدام البيانات المقطعية بدلا من بيانات السلاسل الزمنية قد يسبب بشكل كبير مشكلة عدم ثبات التباين.
- قد نواجه مشكلة عدم ثبات التباين عندما يكون هناك خطأ في قياس المتغير التابع، ويختلف حجم هذا الخطأ باختلاف قيم المتغير المستقل. فمثلا يتوقع الحصول على معلومات دقيقة حول التعداد السكاني للسكان في المدن أفضل منه للسكان في الأرياف نظرا لاختلاف الظروف الاقتصادية والاجتماعية والثقافية.
- وجود أخطاء في توصيف نموذج الانحدار، فمثلا يكون الشكل الرياضي للنموذج غير مناسب للظاهرة المدروسة أو إهمال بعض المتغيرات المفسرة.

ويترتب على مشكلة عدم ثبات التباين عددا من الاثار منها:

- عدم ثبات التباين يجعل مقدرات OLS غير فعالة، لأنه ينتهك خاصية تقليل التباين للمعلمات المقدرة.
- وجود ظاهرة عدم ثبات التباين يجعل المعلمات المقدرة غير كفؤة ومتحيزة، وبالتالي الاختبارات الإحصائية والتشخيصية غير مقنعة ولا يمكن اعتمادها.
- كبر التباينات والتباينات المشتركة المقدرة للمعالم المقدرة مما يفقد فعالية اختبار الفرضيات، كما أن المشكل يتعدى بضرورة الحالة إلى التأثير على التنبؤ الذي سيكون بعيدا عن الواقع.

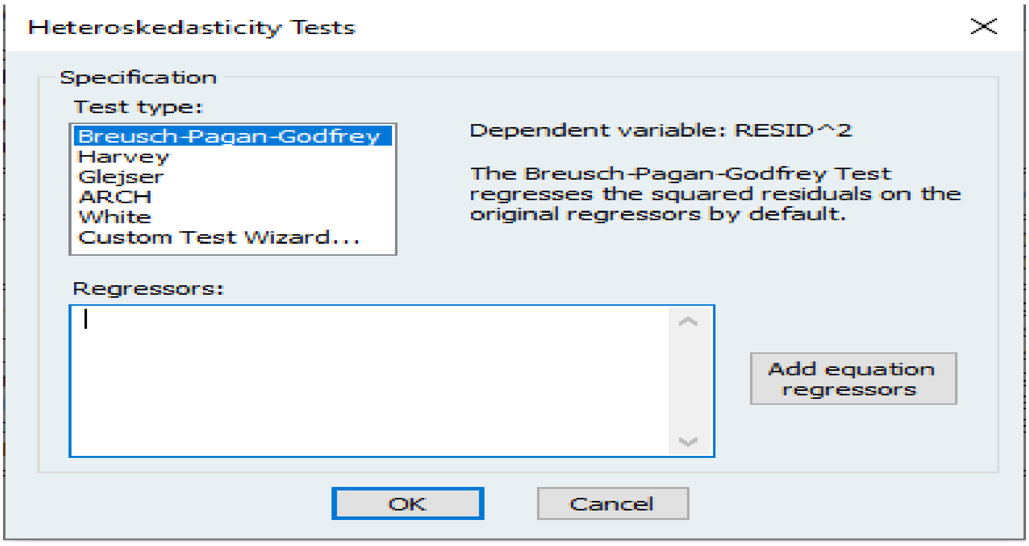
3- اختبارات الكشف عن مشكلة عدم ثبات التباين الموجودة في برنامج eviews:

لاختيار أحد اختبارات الكشف عن عدم ثبات التباين نستعمل التعليمة التالية:

Table Estimation → View → Residual Diagnostics → heteroskedasticity Test →Test type

choose the appropriate test ⇒ ok

يوضح برنامج eviews الاختبارات التالية الموضحة في الجدول:



3-1- اختبار Breusch Pagan Godfrey

تكون فرضية ثبات تباين الأخطاء (Homoskedasticity) التي تريد اختبارها هي:

$$Ho:\ \beta o = \beta_1 = \ldots = \beta_k = 0$$

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey
Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	4.640154	Prob. F(1,28)	0.0400
Obs*R-squared	4.264828	Prob. Chi-Square(1)	0.0389
Scaled explained SS	4.983883	Prob. Chi-Square(1)	0.0256

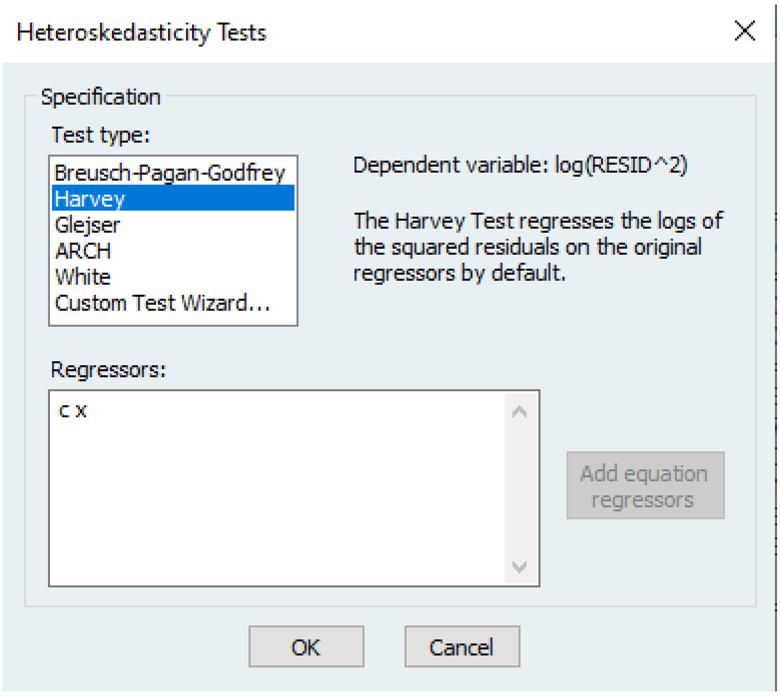
Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 11/23/25 Time: 23:28
Sample: 1992 2021
Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.794315	4.679515	-0.169743	0.8664
X	0.326300	0.151478	2.154102	0.0400

- يستخدم هذا الاختبار في حالة العينات كبيرة الحجم، كلما زاد حجم العينة زادت قوة هذا الاختبار.

- يتم رفض الفرضية Ho إذا كانت القيمة الاحتمالية المرافقة لـ F – statistic أقل من 5% (بمعنى يوجد عدم ثبات التباين).

3-2- اختبار Harvey



تكون فرضية ثبات تباين الأخطاء (Homoskedasticity) التي نريد اختبارها هي:

$$Ho: \beta o = \beta_1 = \ldots = \beta_k = 0$$

Heteroskedasticity Test: Harvey
Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	3.604879	Prob. F(1,28)	0.0680
Obs*R-squared	3.421825	Prob. Chi-Square(1)	0.0643
Scaled explained SS	3.279286	Prob. Chi-Square(1)	0.0702

Test Equation:
Dependent Variable: LRESID2
Method: Least Squares
Date: 11/23/25 Time: 23:31
Sample: 1992 2021
Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.866054	0.789802	-1.096546	0.2822
X	0.048542	0.025566	1.898652	0.0680

3-3- اختبار Glejser

يسمح هذا الاختبار بالكشف عن وجود عدم ثبات التباين، ويقترح عدة أشكال للمعادلة الوسيطية ليحدد من خلالها شكل

عدم ثبات التباين:

نمط عدم ثبات التباين	الشكل المقترح
$\hat{\sigma}_u{}^2 = k^2 X_j{}^2$	$\lvert e_j \rvert = \beta_0 + \beta_1 X_j + v_j$
$\hat{\sigma}_u{}^2 = k^2 X_j$	$\lvert e_j \rvert = \beta_0 + \beta_1 X_j{}^{1/2} + v_j$
$\hat{\sigma}_u{}^2 = k^2 X_j{}^{-2}$	$\lvert e_j \rvert = \beta_0 + \beta_1 X_j{}^{-1} + v_j$

في اختبار Glejser، يتم اتخاذ القرار بناءا على اختبار (F-statistic) F وقيمة Prob. (P-value) الناتجة عن الانحدار المساعد.

النتيجة: إذا كانت 0.05 > Prob. (P-value) فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونستنتج وجود مشكلة عدم ثبات التباين، إذا كانت 0.05 < Prob. (P-value)، فإننا لا نرفض الفرضية الصفرية ونستنتج أن التباين ثابت.

Heteroskedasticity Test: Glejser
Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	6.324767	Prob. F(1,28)	0.0179
Obs*R-squared	5.527874	Prob. Chi-Square(1)	0.0187
Scaled explained SS	6.692519	Prob. Chi-Square(1)	0.0097

Test Equation:
Dependent Variable: ARESID
Method: Least Squares
Date: 11/23/25 Time: 23:58
Sample: 1992 2021
Included observations: 30

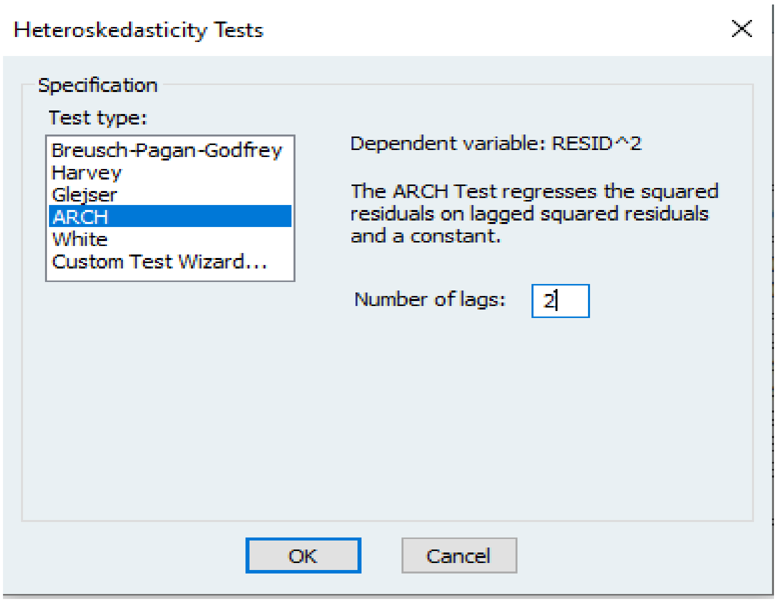
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.572442	0.676483	0.846203	0.4046
X	0.055072	0.021898	2.514909	0.0179

3-4- اختبار ARCH

تكون فرضية ثبات تباين الأخطاء (Homoskedasticity) التي نريد اختبارها هي:

$$Ho:\ \beta o = \beta_1 = \ldots = \beta_k = 0$$

- يتم تحديد التأخيرات للبواقي من خلال إدخال القيمة في الخانة Number of lags



Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.913358	Prob. F(2,25)	0.4141
Obs*R-squared	1.906610	Prob. Chi-Square(2)	0.3855

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 11/24/25 Time: 00:00
Sample (adjusted): 1994 2021
Included observations: 28 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.61221	3.496163	3.321416	0.0028
RESID^2(-1)	-0.230152	0.199543	-1.153397	0.2597
RESID^2(-2)	-0.187324	0.201049	-0.931731	0.3604

5-3 اختبار White

اختبار White يشمل على كل المتغيرات المستقلة ومربعاتها وحاصل ضربها مثنى مثنى، ويسمى White test with Cross Terms:

$$e_t^2 = \beta_0 + \alpha_1 X_{1t} + \beta_1 X_{1t}^2 + \alpha_2 X_{2t} + \beta_2 X_{2t}^2 \dots + \alpha_p X_{pt} + \beta_p X_{pt}^2 + u_t$$

فرضية ثبات التباين فرضية التجانس التي نريد اختبارها:

$$H_0: \beta_0 = \alpha_1 = \beta_1 = \cdots = \alpha_p = \beta_p = 0$$

لا يتطلب في تطبيق هذا الاختبار أن تكون البواقي موزعة توزيعا طبيعيا.

يصلح هذا الاختبار في العينات الكبيرة التي تفوق 30 مشاهدة.

Heteroskedasticity Test: White
Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	3.879968	Prob. F(1,28)	0.0588
Obs*R-squared	3.651166	Prob. Chi-Square(1)	0.0560
Scaled explained SS	4.266757	Prob. Chi-Square(1)	0.0389

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 11/24/25 Time: 00:06
Sample: 1992 2021
Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.104953	3.396885	0.914059	0.3685
X^2	0.005123	0.002601	1.969763	0.0588

4− طرق معالجة مشكلة عدم ثبات التباين:

توجد عدة طرق لمعالجة مشكلة عدم ثبات التباين نذكر أهمها:

- **طريقة تصحيح الأخطاء المعيارية Huber–White :**

تقدير النموذج الأساسي بطريقة OLS

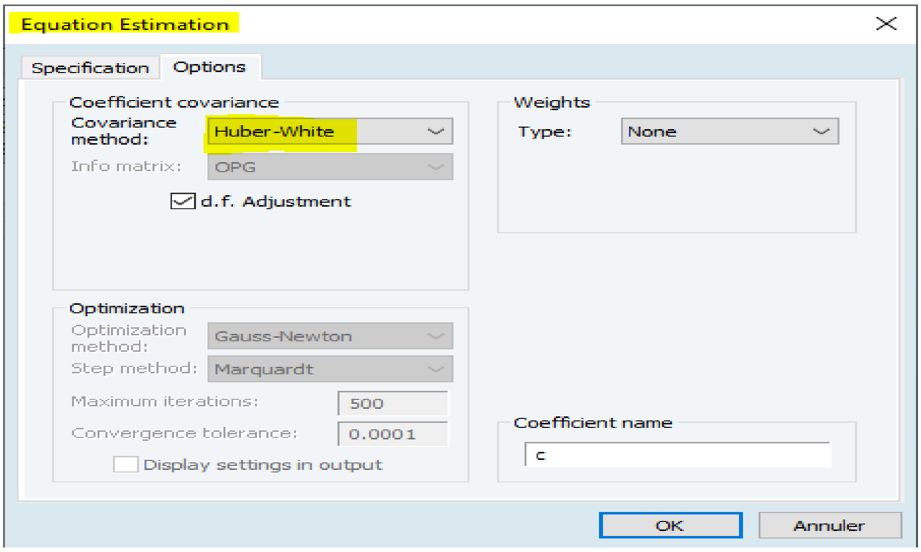
Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 11/23/25 Time: 23:27
Sample: 1992 2021
Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.595313	1.090947	5.128860	0.0000
X	0.963045	0.035315	27.27050	0.0000

R-squared	0.963716	Mean dependent var	31.53333
Adjusted R-squared	0.962420	S.D. dependent var	15.09678
S.E. of regression	2.926608	Akaike info criterion	5.049905
Sum squared resid	239.8209	Schwarz criterion	5.143319
Log likelihood	-73.74858	Hannan-Quinn criter.	5.079789
F-statistic	743.6803	Durbin-Watson stat	2.244184
Prob(F-statistic)	0.000000		

نستخدم التعليمة

Open as equation $\longrightarrow$ options $\longrightarrow$ covariance method $\longrightarrow$ select: Huber $-$ White$\Rightarrow$ ok



تظهر النتائج مع ملاحظة وجود اختلاف في قيم Std.Error الخاصة بالمعلمات عن النموذج الأصلي:

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 11/24/25 Time: 00:17
Sample: 1992 2021
Included observations: 30
Huber-White-Hinkley (HC1) heteroskedasticity consistent standard errors and covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X	0.963045	0.035788	26.90967	0.0000
C	5.595313	0.766062	7.303999	0.0000

R-squared	0.963716	Mean dependent var	31.53333
Adjusted R-squared	0.962420	S.D. dependent var	15.09678
S.E. of regression	2.926608	Akaike info criterion	5.049905
Sum squared resid	239.8209	Schwarz criterion	5.143319
Log likelihood	-73.74858	Hannan-Quinn criter.	5.079789
F-statistic	743.6803	Durbin-Watson stat	2.244184
Prob(F-statistic)	0.000000	Wald F-statistic	724.1302
Prob(Wald F-statistic)	0.000000		

- **طريقة المربعات الصغرى المعممة (Generalized Least Squares):**

تستخدم هذه الطريقة عندما تكون δ_u^2 معلومة.

تقوم بتقدير النموذج الأساسي بطريقة OLS

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 11/23/25 Time: 23:27
Sample: 1992 2021
Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.595313	1.090947	5.128860	0.0000
X	0.963045	0.035315	27.27050	0.0000

R-squared	0.963716	Mean dependent var	31.53333
Adjusted R-squared	0.962420	S.D. dependent var	15.09678
S.E. of regression	2.926608	Akaike info criterion	5.049905
Sum squared resid	239.8209	Schwarz criterion	5.143319
Log likelihood	-73.74858	Hannan-Quinn criter.	5.079789
F-statistic	743.6803	Durbin-Watson stat	2.244184
Prob(F-statistic)	0.000000		

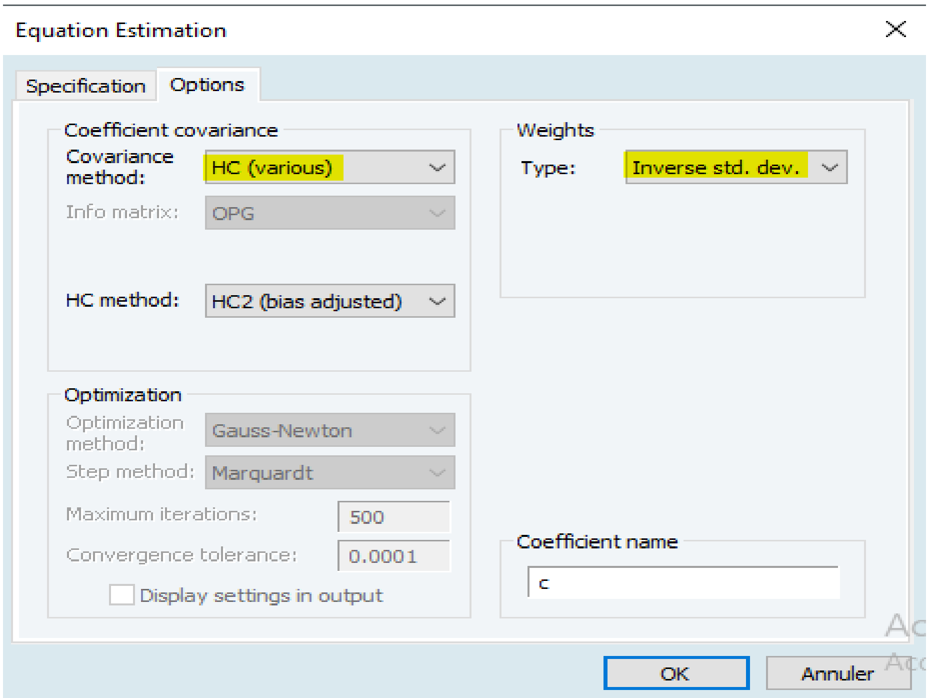
بافتراض أنه يوجد عدم ثبات للتباين وأن δ_u^2 معلومة، في هذه الحالة نقوم بتقسيم متغيرات نموذج الانحدار على القيمة:

$$\frac{Y_i}{\sigma_u} = \beta_0 + \beta_1 \frac{X_{ji}}{\sigma_u} + \frac{\mu_i}{\sigma_u}$$

نستخدم التعليمة:

Open as equation options → covariance method select: HC (various) → WeightSeries:

1/@stdev(resid)→ ok



Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 11/24/25 Time: 00:30
Sample: 1992 2021
Included observations: 30
MacKinnon-White (HC2) heteroskedasticity-consistent standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X	0.963045	0.036594	26.31683	0.0000
C	5.595313	0.778356	7.188628	0.0000

- **طريقة المربعات الصغرى المرجحة (Wheighted Least Squares)**

تقوم هذه الطريقة على تحويل النموذج الأساسي، كما رأينا في طريقة Glejser، إذ تقوم هذه الطريقة على إفتراضات أشكال عدم ثبات التباين والأشكال المقترحة كما رأينا سابقا. فمثلا إذا كان الشكل الثالث هو نمط عدم ثبات التباين فيمكن إجراء التحويل التالي:

$$\frac{Y_i}{X_{ji}} = \beta_j + \beta_k \frac{X_{ki}}{X_{ji}} + v_i \qquad : \ v_i = \frac{U_i}{X_{ji}}$$

$$E(v_i)^2 = E\left(\frac{U_i}{X_{ji}}\right)^2 = \frac{1}{{X_{ji}}^2} . E\left({U_i}^2\right)$$

تقوم بتقدير النموذج الأساسي بطريقة OLS

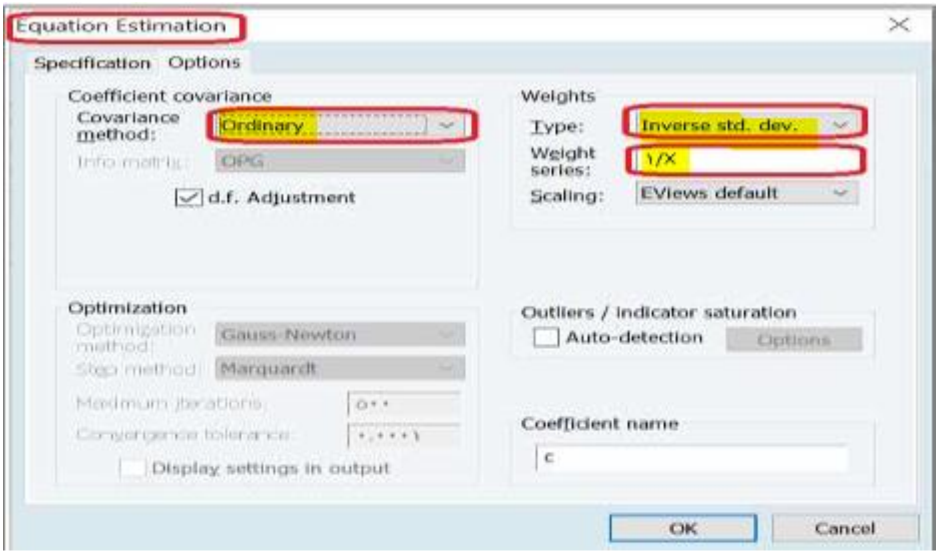
Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 11/23/25 Time: 23:27
Sample: 1992 2021
Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.595313	1.090947	5.128860	0.0000
X	0.963045	0.035315	27.27050	0.0000

R-squared	0.963716	Mean dependent var	31.53333
Adjusted R-squared	0.962420	S.D. dependent var	15.09678
S.E. of regression	2.926608	Akaike info criterion	5.049905
Sum squared resid	239.8209	Schwarz criterion	5.143319
Log likelihood	-73.74858	Hannan-Quinn criter.	5.079789
F-statistic	743.6803	Durbin-Watson stat	2.244184
Prob(F-statistic)	0.000000		

نستخدم التعليمة

Open as equation → options → covariance method → select: Ordinary → Type: Inverse std. dev → Weight series: $1/X$ → ok


Equation Estimation
Specification
Options
Coefficient covariance
Covariance method:
Ordinary
Info matrix:
OPG
d.f. Adjustment
Weights
Type:
Inverse std. dev.
Weight series:
1/X
Scaling:
EViews default
Optimization
Optimization method:
Gauss-Newton
Step method:
Marquardt
Maximum iterations:
Convergence tolerance:
Display settings in output
Outliers / indicator saturation
Auto-detection
Options
Coefficient name
c
OK
Cancel