Math1 : La série 01

Exo1

- On définit sur $\mathbb{R}$ l'opération ($\oplus$) par lois de composition interne :

$$\forall\, x, y \in \mathbb{R} \; ; \; x \oplus y = x + y - x\cdot y$$

1/ Montrer que ($\oplus$) est commutative, associative, accepte un élément neutre.

2/ Déterminer les éléments symétrisables.

Exo2

- On définit l'opération (+) sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall\, (x\cdot y), (x'\cdot y') \in \mathbb{R}, (x\cdot y) + (x'\cdot y') = (x + x', y + y')$$

- Montrer que ($\mathbb{R}^3$, +) est groupe commutatif.

Exo3

- Soit E ensemble, et soit $\mathscr{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ l'ensemble des applications de E dans $\mathbb{R}$ lois de composition interne :

$\forall\, f, g \in \mathscr{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) : (f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$\forall\, f, g \in \mathscr{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) : (f\cdot g)(x) = f(x)\cdot g(x)$

$\Rightarrow$ Montrer que $\mathscr{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ est un anneau unitaire.