المحور 3 : حركية النقطة المادية

1. مقدمة

علم الحركة هو دراسة حركة الكتل، أي كميات المادة، بغض النظر عن الأسباب التي تُولدها (كالقوى مثلاً).

النقطة المادية

هي أي جسم مادي أبعاده صفر نظرياً، ويمكن إهمالها عملياً مقارنة بالمسافة المقطوعة.

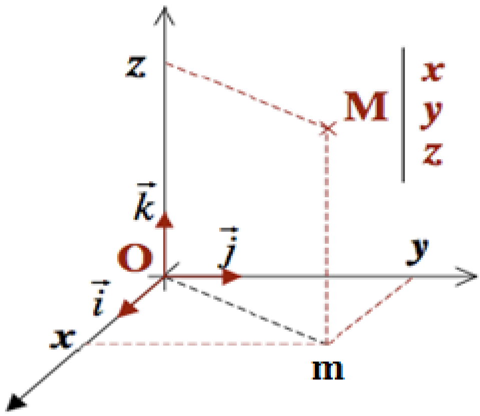
يتم تحديد النقطة M في الفضاء من خلال إحداثياتها x و yو z

2. الحركة المستقيمة

مسار الحركة المستقيمة هو خط مستقيم

1.2 شعاع الموضع

يُعرف موضع النقطة المادية M في اللحظة t في معلم فضائي كارتيزي $\Re$ $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ بواسطة شعاع موضع $\overrightarrow{OM}$ (الشكل 1). تُعبّر الصيغة 1.1 عن شعاع الموضع بإحداثيات ديكارتية.



الشكل 1

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad .... (1.1)$$

تكون النقطة المادية ساكنة إذا كانت إحداثياتها x, y, zمستقلة عن الزمن، وتكون في حركة إذا تغيرت إحداثياتها مع الزمن. (تم اختيار إحداثيات ديكارت، ولكن كان من الممكن اختيار أي إحداثيات أخرى.)

نرمز لها ب:

$$\boxed{x(t), y(t), z(t)}$$

تُسمى هذه الدوال المعادلات الزمنية للحركة. ويمكن التعبير عنها بالشكل التالي:

$$\boxed{x = f(t), y = g(t), z = h(t)}$$

2.2 شعاع الانتقال

شعاع الانتقال هو المسافة المقطوعة بين زمنين t_2 و t_1 :

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}$$

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \left|\overrightarrow{M_1M_2}\right|\vec{u}$$

$\vec{u}$ هو شعاع الوحدة الذي يحمله شعاع الانتقال $\overrightarrow{M_1M_2}$

3.2 المسار:

المسار هو مجموعة المواضع التي يشغلها المتحرك أثناء حركته خلال لحظات متتالية (المسار الذي تتبعه السيارة على سبيل المثال). يمكن للمسار أن يكون ماديا (الطريق) أو وهميا (مسار القمر).

رياضيًا، هي علاقة تربط الإحداثيات $x, y\ et\ z$ معًا بغض النظر عن الزمن. تُحصل على هذه المعادلة بحذف الزمن بين الإحداثيات المختلفة أو معادلات الزمن $y = f(x,z)$. $x = g(y,z)$ خلاف ذلك $z = h(x,z)$.

المثال 1: معادلات الزمن لحركة نقطة مادية في الفضاء هي $x = 2t$؛ $y = 0$؛ $z = -5t^2 + 4t$

1. أوجد المعادلة الديكارتية للمسار، ما هو شكلها؟
2. اكتب عبارة شعاع الموضع عند اللحظة الزمنية $t = 2s$.

إجابة

1. نأخذ t من معادلة x التي نستبدلها بـ z :

(معادلة القطع المكافئ تكون على الشكل $y = a + bx + cx^2$:)

$$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$\boxed{z = -1.25.x^2 + 2.x}$ C'est l'équation d'une parabole.

2/ Expression du vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y\vec{j} + z.\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OM} = (2t).\vec{i} + (-5t^2 + 4t).\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OM}_{(t=2)} = 4\vec{i} - 12\vec{k}$$

$$\boxed{\overrightarrow{OM}_{(t=2)} = 4\vec{i} - 12\vec{k}}$$

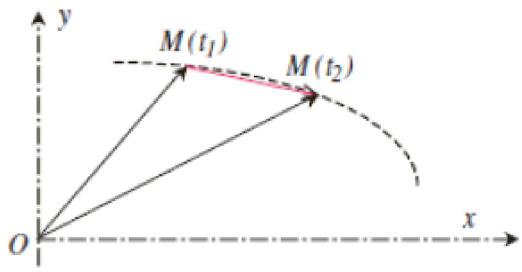
4.2 شعاع السرعة

السرعة هي التغير في الموضع بالنسبة للزمن.

هناك سرعتان: سرعة متوسطة وسرعة لحظية.

شعاع السرعة المتوسطة

وفقًا للشكل .2.1، يشغل المتحرك الموضع M_1 في اللحظة t_1، والموضع M_2 في اللحظة t_2 ، يتم تعريف شعاع السرعة المتوسطة على النحو التالي:



الشكل .2.1

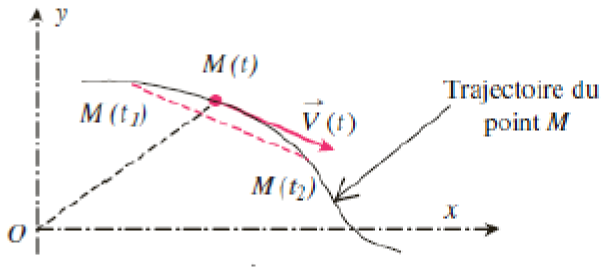
$$\overrightarrow{V_{moy}} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}, \qquad V_{moy} = \frac{|\overrightarrow{M_1M_2}|}{t_2 - t_1}$$

$\overrightarrow{M_1M_2}$ ويسمى شعاع الانتقال

شعاع السرعة اللحظية

شعاع السرعة اللحظية، أي عند الزمن t، هو مشتق شعاع الموضع بالنسبة للزمن. ويترتب على ذلك أن شعاع السرعة مماس للمسار.

$$\overrightarrow{V_t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$



على سبيل المثال، في المعلم الديكارتي ، يتم الحصول على شعاع السرعة للنقطة M عن طريق اشتقاق شعاع موضعها بالنسبة للزمن:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

طويلتها هي: $V = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$

(مثال: السرعة التي يشير إليها عداد السرعة أو الرادار في السيارة تسمى السرعة الحظية (من المركبة).

2.3. شعاع التسارع

نحن نعتبر التسارع هو التغير في السرعة لكل وحدة زمنية.

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$

$$\vec{\gamma} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

شعاع التسارع المتوسط.

اذا اعتبرنا لحظتين مختلفتين t_1 و t_2مع المناسبتين لشعاع الموضع $\overrightarrow{OM_1}$ و$\overrightarrow{OM_2}$وشعاع السرعة اللحظية $\overrightarrow{V_1}$ و$\overrightarrow{V_2}$، يتم تعريف شعاع التسارع المتوسط بواسطة:

$$\overrightarrow{a_{moy}} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_1}}{t_2 - t_1}; \qquad a_{moy} = \frac{|\Delta\vec{V}|}{\Delta t}$$

شعاع التسارع اللحظي.

يعرف شعاع التسارع اللحظي للحركة على أنه المشتق الأول لشعاع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}.\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}.\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}.\vec{k}$$

يتم إعطاء طويلة التسارع اللحظي بواسطة: $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

المثال الثاني

ليكن شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x = 2t^2 \\ y = 4t - 5 \\ z = t^3 \end{pmatrix}$. استنتج شعاع السرعة اللحظية وشعاع التسارع اللحظي، ثم احسب طويلة كل منهما.

إجابة :

نشتق شعاع الموضع مرتين على التوالي للحصول على الاشعة المطلوبة ثم نستنتج طويلتها:

$$\vec{V} = 4t.\vec{i} + 4\vec{j} + 3t^2\vec{k} \rightarrow \vec{\gamma} = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 6t\vec{k}$$

$$V = \sqrt{16t^2 + 16 + 9t^4}, \qquad \gamma = \sqrt{16 + 36t^2}$$

3. دراسة الحركات الخاصة

3.3. الحركة المستقيمة

3.1.1 الحركة المستقيمة المنتظمة (الحركة مستقيمة المنتظمة)

تكون النقطة المادية في حركة مستقيمة منتظمة إذا كان مسارها عبارة عن خط مستقيم وكان شعاع سرعتها ثابتًا،

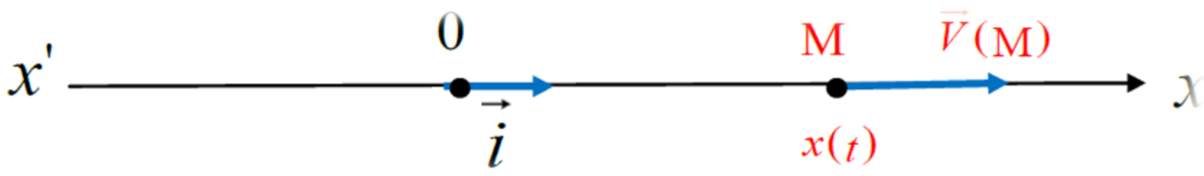
تكون الحركة مستقيمة عندما يكون المسار عبارة عن خط مستقيم **الشكل (12.III)**. في هذه الحالة, يمكن أخذ المحور $\overrightarrow{x'O}$ كمسار ، شعاع السرعة محمول بالمحور و كذلك شعاع التسارع عندما لا يكون معدوما.

وبا

لتال

ي

فإ



ن شعاع تسارعها يساوي صفرًا.

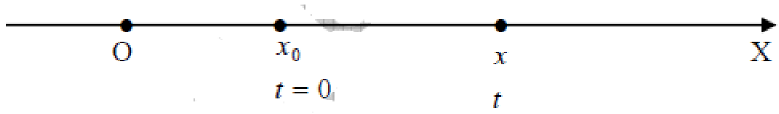
- معادلة الزمن: ندرس الحركة على محور واحد OX
- الشروط الابتدائية $x_0 x = \; = 0; \; ; \; t v_0 v =$

$$V = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = V_0 \Rightarrow dx = V_0.dt \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} V_0.dt$$

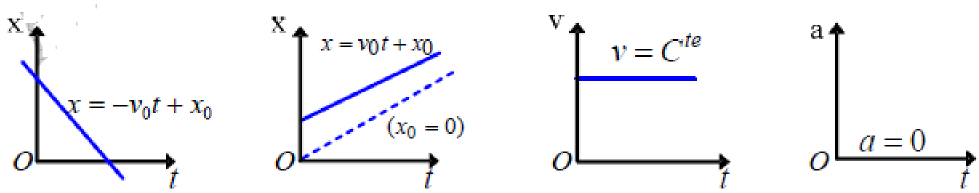
$$x|_{x_0}^{x} = V_0 t|_0^t \Rightarrow x - x_0 = V_0 t$$

وفي الخطوة الأخيرة نحصل على معادلة الزمن للحركة المستقيمة وهي دالة من الدرجة الأولى للزمن: $x = V_0.t + x_0$

x: الفاصلة اللحظية و x_0: الفاصلة الابتدائية.



الشكل: معلم الحركة



الشكل: مخططات الحركة

المثال 3: المعادلات الزمنية لحركة نقطة مادية هي $x = 2t;\ y = 2t + 4;\ z = 0$

أثبت أن الحركة مستقيمة منتظمة.

Remarque : Dans un repère cartésien, si l'une des coordonnées est nulle le mouvement est dit plan (mais il peut être rectiligne aussi) ; si deux coordonnées sont nulles le mouvement ne peut être que rectiligne ; si les trois coordonnées sont différents de zéro, dans ce cas le mouvement est dit spatial.

Réponse : Démontrons d'abord que le mouvement est rectiligne ; pour cela on doit chercher l'équation de la trajectoire. Après élimination du temps entre les deux équations horaires données on trouve : $y = x + 4 \Rightarrow$ équation d'une droite, donc le mouvement est rectiligne.

Pour que ce mouvement soit uniforme il faut que la vitesse soit constante en direction, en sens et en module.

Le vecteur vitesse est $\vec{v} = 2\vec{i} + 2\vec{j} \Rightarrow v = \sqrt{2^2 + 2^2} \Rightarrow v = \sqrt{8} = 2.83ms^{-1}$

Ceci implique que le mouvement est uniforme. En définitif le mouvement est rectiligne et uniforme.

3.4. الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام الثابتة التسارع:

تكون حركة نقطة مادية مستقيمة متغيرة بانتظام إذا كان مسارها خطًا مستقيمًا وكان تسارعها ثابتًا.

- السرعة الجبرية: بالنظر إلى الشروط الابتدائية $t = 0;\ V = V_0$، يمكننا أن نكتب:

$$a = \frac{dV}{dt} \Rightarrow dV = adt \Rightarrow \int_{V_0}^{V} dV = \int_{0}^{t} adt \Rightarrow V|_{V_0}^{V} = at|_0^t$$

لدينا عبارة السرعة : $V = aV + V_0t$

➢ معادلة الزمن للحركة: إذا أخذنا $t = 0;\ x = x_0$ (الشروط الابتدائية) نكتب:

$$V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = Vdt = (a\ t + v_0)dt \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t=0}^{t} a\ tdt + \int_{t=0}^{t} V_0 dt$$

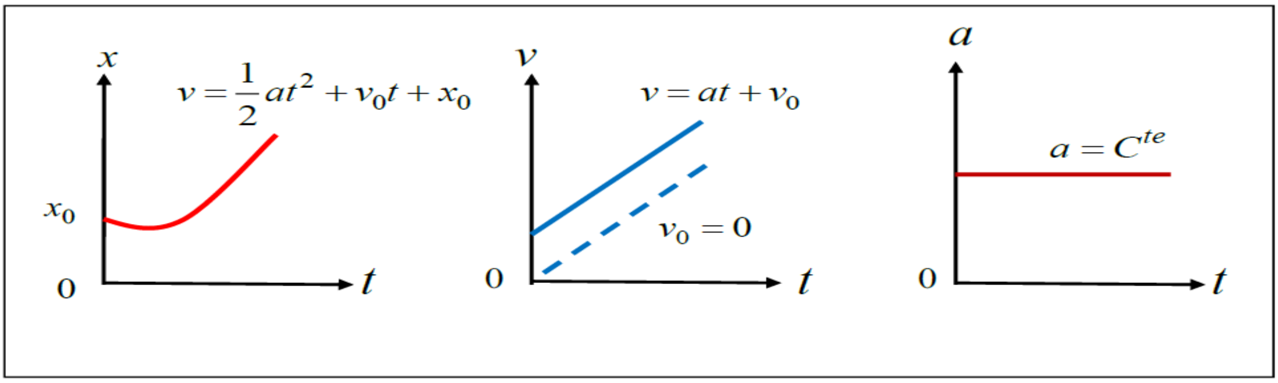
$$\Rightarrow (x - x_0) = a\ \frac{t^2}{2} + V_0 t \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2} a\ t^2 + V_0 t + x_0}$$

عندما نعوض t في المعادلات نجد العلاقة :

$$\boxed{2(x - x_0) a_0 = V^2 - V_0^2}$$

- $\vec{a_0}.\vec{V} \succ 0$ الحركة متسارعة.
- $\vec{a_0}.\vec{V} \prec 0$ الحركة متباطئة.

<u>**مخططات الحركة:**</u>



<u>**الشكل: مخطط الحركة**</u>

مثال:

يتحرك جسم وفق محور OX بسرعة معادلتها $v = 2t - 6\left(ms^{-2}\right)$ حيث $t \geq 0$

- استنتج معادلة التسارع و المعادلة الزمنية لهذه الحركة علما أن عند اللحظة $t=0$ تكون $x = 5m$
- ما طبيعة الحركة ؟
- بين الأطوار (متسارعة و متباطئة) للحركة ؟

الحل:

- نحصل على معادلة التسارع باشتقاق عبارة السرعة : $a = \dfrac{dv}{dt} = 2ms^{-2}$
- المعادلة الزمنية للحركة نتوصل إليها بتكامل عبارة السرعة :

$$\left\{ v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = x_0 + \int_0^t v dt \Rightarrow x = x_0 + \int_0^t (2t-6)dt \right. \Rightarrow \boxed{x = t^2 - 6t + 5}$$

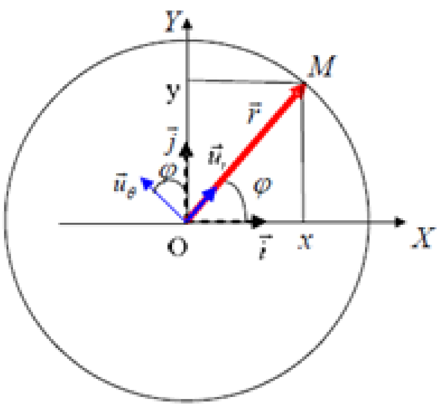
- اطوار الحركة :

t	0	1	3	5	∞
v		-	0	+	
a		+		+	
x		0	-4	0	
av		-	0	+	
		الحركة متباطئة		الحركة متسارعة	

الحركة المستقيمة الدائرية:

المسار عبارة عن دائرة نصف قطرها R ومركزها O يمكن دراسة الحركة في الإحداثيات القطبية.

دراسة الحركة في الإحداثيات القطبية



نظام إحداثيات يُستخدم لتحديد موقع نقطة ثنائية الأبعاد M (حركة مستوية). يُحدّد موقع النقطة M بواسطة إحداثياتها القطبية (r, θ).

r: شعاع قطبي **(نصف القطر القطبي)**

θ: الزاوية القطبية

إذن لدينا: $r = |\overrightarrow{OM}| > 0; \quad r < +\infty$

الإحداثيات القطبية

$\theta = (\overrightarrow{OM}, \vec{i}) > 0; \quad \theta < 2\pi$

باستخدام الرسم البياني الموضح في الشكل أعلاه، يمكننا إيجاد العلاقات بين الإحداثيات الديكارتية والإحداثيات القطبية:

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

أو العكس: $\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi = arctan\frac{y}{x} \end{cases}$

نحن نحدد الأساس $\left(\overrightarrow{\upsilon_\rho}, \overrightarrow{\upsilon_\theta}\right)$ المرتبط بالإحداثيات القطبية:

$$\begin{cases} \overrightarrow{u_r} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \\ \overrightarrow{u_\theta} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j} \end{cases}$$

- شعاع الموضع: $\overrightarrow{u_r} = r\overrightarrow{OM}$
- شعاع السرعة في الإحداثيات القطبية:

للحصول على عبارة شعاع السرعة في الإحداثيات القطبية، نشتق شعاع الموضع في الإحداثيات القطبية:

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\left(r\overrightarrow{u_r}\right)}{dt} = \frac{d(r)}{dt}\overrightarrow{u_r} + r\frac{d\left(\overrightarrow{u_r}\right)}{dt} \Rightarrow \vec{V} = \dot{r}\overrightarrow{u_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$$

<u>ملاحظة:</u>

$$\frac{d\left(\overrightarrow{u_r}\right)}{dt} = \frac{d\left(\overrightarrow{u_r}\right)d\theta}{dt\quad d\theta} = \frac{d\left(\overrightarrow{u_r}\right)d\theta}{d\theta\quad dt} = \dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$$

$$\frac{d\left(\overrightarrow{u_r}\right)}{d\theta} = \left\{\overrightarrow{u_\theta} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}\right.$$

- *شعاع التسارع في الإحداثيات القطبية:*

$$.\vec{u}_\theta(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) + \vec{u}_r\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right) = \vec{a}$$

❖ حالة خاصة: الحركة الدائرية:

بما أن $r = R = C^{te}$، فإن شعاع السرعة: $\boxed{\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u}_{\theta}}$

و عبارة شعاع التسارع: $\boxed{\vec{a} = -R.\dot{\theta}^2..\vec{u}_r + R.\ddot{\theta}.\vec{u}_{\theta}}$

نلاحظ أن للتسارع مركبتان:

✓ **التسارع الناظمي** الذي يحمله الناظم و هو موجّه نحو المركز عكس اتجاه $\vec{a}$ ، هو مؤشر لتغير **حامل السرعه**: $\boxed{\vec{a}_r = \vec{a}_N = R\dot{\theta}^2\vec{u}_r \Rightarrow a_r = a_N = R\dot{\theta}^2}$

✓ **التسارع المماسي** الذي حامله مماس للمسار في النقطة M و هو مؤشر على تغير **شدة السرعة**. $\boxed{\vec{a}_{\theta} = \vec{a}_T = R\ddot{\theta}\vec{u}_{\theta} \Rightarrow a_{\theta} = a_T = R\ddot{\theta}}$

❖ حالة خاصة: الحركة الدائرية المنتظمة:

في الحركة الدائرية المنتظمة شدة السرعة ثابتة. و بما أن $r = R = C^{te}$، فإن السرعة:

$$\boxed{v = R\dot{\theta} = R\omega}$$

حيث نتعرف على السرعة الزاوية ω و هي تمثل الزاوية الممسوحة خلال واحدة الزمن و وحدتها الراديان على الثانية ($rad.s^{-1}$).

أما التسارع فهو:

$$\boxed{a = a_r = a_N = R\dot{\theta}^2 = R\omega^2 = \frac{v^2}{R} \Leftrightarrow \vec{a}_N = -R\omega^2.\vec{u}_r}$$

2/ المركبتان، الناظمية و المماسية، للسرعة و التسارع في معلم فرينت(Frenet):

نتخذ الآن حركة مسارها (C) كيف ما كان، و نعين المعلم المشكل من المحور MT ، وهو مماس للمسار في النقطة M و يحمل شعاع السرعة $\vec{v}$ ، والمحور MN العمودي على المحور MT.

ليكن $\vec{u}_T$ و $\vec{u}_N$ شعاعي الواحدة وفق MT و MN على التوالي. نلاحظ من الشكل أن السرعة تكتب:

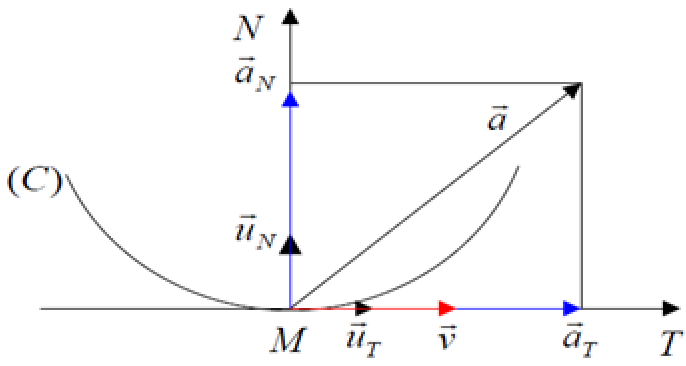
$$S(t) = R\,\theta(t)$$

$$\vec{V} = V\vec{U}_T = \frac{ds}{dt}\vec{U}_T = R\dot{\theta}\vec{U}_T$$

أما التسارع فيكتب: $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$

و بالتالي فإن:

$$\boxed{\vec{a} = a_T.\vec{u}_T + a_N.\vec{u}_N}$$



الشكل 13.4: السرعة و التسارع في معلم فرينت

تبعا لما سبق فإن:

$$\left.\begin{aligned} a_T &= \frac{dv}{dt} \\ a_N &= \frac{v^2}{R} \end{aligned}\right| \Rightarrow \vec{a} = \dot{v}.\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}.\vec{u}_N \Rightarrow a = \sqrt{\dot{v}^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

المعادلة الزمنية للحركة الدائرية المنتظمة:

الحركة الدائرية المنتظمة هي حركة مسارها دائري و سرعتها الزاوية ثابتة.

$$V = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \int_{S_0}^{S} ds = \int_{t=0}^{t} V dt \Rightarrow S - S_0 = Vt \Rightarrow S = Vt + S_0$$

بما أن: $S = R\theta$

$$\frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega \Rightarrow \frac{V}{R} = \omega$$

$$S = Vt + S_0 \Rightarrow R\theta = Vt + R\theta_0 \Rightarrow \theta = \frac{V}{R}t + \theta_0$$

$$\Rightarrow \theta = \omega t + \theta_0 \Rightarrow \theta = \dot{\theta} t + \theta_0$$

تمرين

تعطى إحداثيات المتحرك M بــ:

$$\begin{cases} x = R(1+\cos2\theta) \\ y = R\sin2\theta \end{cases}, \quad \theta = \omega t$$

ω و R ثابتان موجبان

1- أوجد في الإحداثيات الديكارتية معادلة المسار و أرسمه ثم أوجد أشعة السرعة $\vec{V}$ و التسارع $\vec{\gamma}$.

2- أوجد في الإحداثيات القطبية معادلة المسار ثم أشعة الموضع $\overrightarrow{OM}$، السرعة $\vec{V}$ و التسارع $\vec{\gamma}$.

حل التمرين:

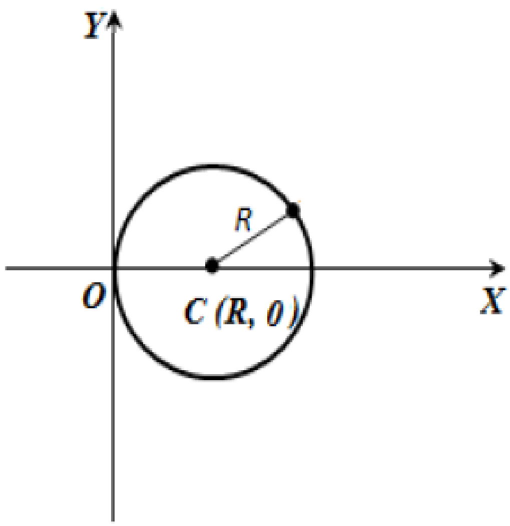
1- إيجاد معادلة المسار فى الإحداثيات الديكارتية :

$$\begin{cases} x = R(1+\cos2\theta) \\ y = R\sin2\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} x - R = R\cos2\theta \\ y = R\sin2\theta \end{cases} \Rightarrow (x-R)^2 + y^2 = R^2$$

المسار عبارة عن دائرة مركزها $C\,(R,0)$ و نصف قطرها R.

عبارة شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = R(1+\cos2\theta) \\ y = R\sin2\theta \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = R(1+\cos2\theta)\vec{\imath} + R\sin2\theta\,\vec{\jmath}$$



عبارة شعاع السرعة:

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = -(2R\omega \sin 2\theta)\vec{\imath} + (2R\omega\, cos2\theta)\vec{\jmath}$$

$$\vec{V} = 2R\omega\, [-\sin 2\theta\vec{\imath} + cos2\theta\vec{\jmath}]$$

عبارة شعاع التسارع

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}(t)}{dt} = -4\, R\, \omega^2\, [\cos 2\theta\, \vec{\imath} + \sin 2\theta\, \vec{\jmath}]$$

2- إيجاد معادلة المسار في الإحداثيات القطبية :

$$\overrightarrow{OM} = \rho\, \vec{U}_\rho \quad \text{: أين} \quad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \omega t \end{cases}$$

$$\rho = \sqrt{R^2(1 + \cos2\theta)^2 + R^2(\sin2\theta)^2}$$

$$\rho = R\sqrt{1 + 2\cos2\theta + (cos^2 2\theta + sin^2 2\theta)} = R\sqrt{2 + 2\cos2\theta}$$

$$= R\sqrt{2(1 + \cos2\theta)}$$

لدينا : $\cos2\theta = 1 - 2sin^2\theta$

$$\rho = R\sqrt{2(1 + 1 - 2sin^2\theta)} = 2R\sqrt{1 - sin^2\theta)} = 2R\sqrt{cos^2\theta} = 2R|\cos\theta|$$

$$\Rightarrow \rho = 2R\, cos\theta$$

- <u>في الإحداثيات القطبية</u>:

– شعاع الموضع : $\overrightarrow{OM} = \rho\, \vec{U}_\rho = 2R\, cos\theta\, \vec{U}_\rho$

– شعاع السرعة : $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = 2R\omega(-\sin\theta\, \vec{U}_\rho + \cos\theta\, \vec{U}_\theta)$

– شعاع التسارع : $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}(t)}{dt} = -4\, R\, \omega^2(\cos\theta\, \vec{U}_\rho + \sin\theta\, \vec{U}_\theta)$