الحساب الشعاعي:

المقادير السلمية و المقاديرالشعاعية:

المقادير السلمية أو العددية:

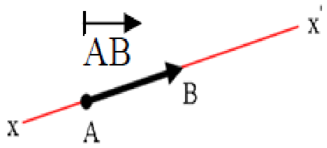
يعبر عن المقدار السلمي بقيمة عددية في الوحدة المناسبة مثل: الكتلة، الطول، الحجم...

المقادير الشعاعية:

المقدار الشعاعي هو المقدار الذي يستلزم تحديد منحاه، جهته، نقطة تأثيره و قيمته العددية مثل: السرعة، القوة، السرعة ، الحقل الكهربائي ....

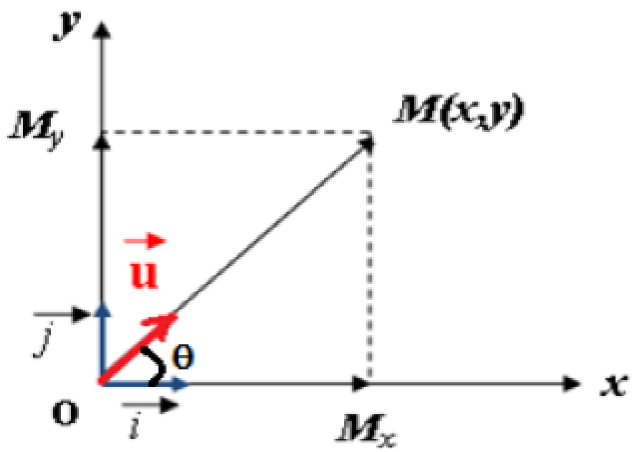
تعريف الشعاع:

تدعى الثنائية المكوّنة من النقطتينA و B على الترتيب شعاعا مرتبطا مبدؤه النقطة A و طرفه النقطة B و نشير إليه بالرمز $\overset{\mapsto}{AB}$ ، بتشطيب مبدأ السهم فوق AB . تمثل المسافة بين النقطتين A و B طول أو طويلة الشعاع $\overset{\mapsto}{AB}$ وحامله المستقيم AB.



مركبات شعاع

لتكن النقطة M معرفة في معلم (O, x ,y) المزود بالقاعدة المتعامدة و المتجانسة $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ وضعية النقطة معرفة بالشعاع $\overrightarrow{OM}$ حيث



$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} OM_x \\ OM_y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_x} + \overrightarrow{OM_y}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{OM_x} = OM\cos\theta\vec{\imath} \\ \overrightarrow{OM_y} = OM\sin\theta\vec{\jmath} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{OM} = \mathrm{OM}\cos\theta\vec{\imath} + OM\sin\theta\vec{\jmath} \\ \overrightarrow{OM} = \mathrm{OM}(\cos\theta\vec{\imath} + \sin\theta\vec{\jmath}) \\ \overrightarrow{OM} = \mathrm{OM}\,\vec{u} \end{cases}$$

من هنا نستنتج : $\vec{u} = \cos\theta\,\vec{\imath} + \sin\theta\,\vec{\jmath}$

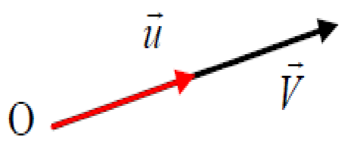
حيث $\vec{u}$ هو شعاع الوحدة للشعاع $\overrightarrow{OM}$.

شعاع الوحدة: « Vecteur Unitaire »

كل شعاع يكتب على شكل طويلة هذا الشعاع في شعاع وحدته:

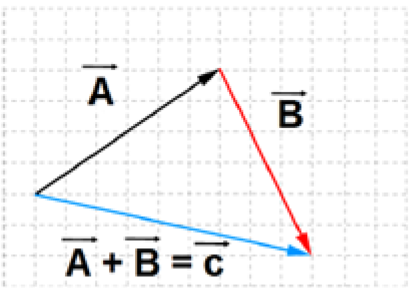
$$\vec{V} = \|\vec{V}\|.\vec{u}$$

الشعاع $\vec{u}$ موازي للشعاع $\vec{V}$ و طويلته تساوي الواحد : $\|\vec{u}\| = 1$



جمع شعاعين:

الطريقة الهندسية:



جمع الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو الشعاع $\vec{C}$ حيث : $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

نتحصل على الشعاع $\vec{C}$ بتطبيق قاعدة توازي الأضلاع.

الطريقة التحليلية:

تعطى عبارة الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ كما يلي:

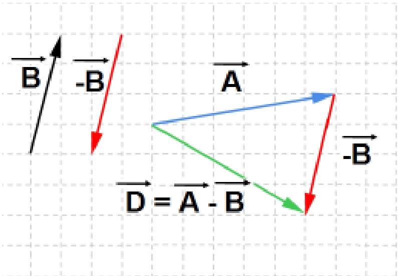
$$\begin{cases}\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} \\ \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath}\end{cases}, \qquad \vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{C} = (A_x + B_x)\,\vec{\imath} + (A_y + B_y)\,\vec{\jmath}$$

طـــــــرح شعاعين :

أ)-الطريقة الهندسية :

هندسيا يمثل الشعاع $\vec{D}$ الطرح بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ حيث: $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ إن طرح الشعاع $\vec{B}$ من الشعاع $\vec{A}$ هو نفسه جمع الشعاعين $\vec{A}$ و $-\vec{B}$



ب)-الطريقة التحليلية :

تعطي مركبة الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ في معلم ثنائي الأبعاد بما يلي :

$$\begin{cases}\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} \\ \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath}\end{cases}$$

فإن الشعاع $\vec{D}$ يكتب على الشكل $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$

$$\vec{D} = (A_x - B_x)\vec{\imath} + (A_y - B_y)\vec{\jmath}$$

الطرح في الأشعة عملية ليست تبديلية أي أن : $\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$

الجداء السلمي

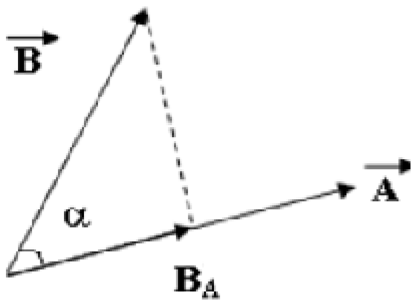
نعرف الجداء السلمي بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بالمقدار السلمي

$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = \|\vec{A}\|.\,\|\vec{B}\|.\cos\alpha$$

$\alpha(\widehat{\vec{A},\vec{B}})$: الزاوية بين الشعاعين

الشكل الهندسي للجداء السلمي:

يكتب الجداء السلمي بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بـ :



$$\vec{A}.\vec{B} = \|\vec{A}\|.\underbrace{\|\vec{B}\|.\cos\alpha}_{\|\vec{B_A}\|}$$

$\|\vec{B_A}\|$ هو إسقاط الشعاع $\vec{B}$ على الشعاع $\vec{A}$

$$\vec{A}.\vec{B} = \|\vec{A}\|.\|\vec{B_A}\|$$

العبارة التحليلية للجداء السلمي

$\vec{A}$ و $\vec{B}$ شعاعان معرفان في القاعدة $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ حيث:

$$\begin{cases}\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k} \\ \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}\end{cases} \Rightarrow \vec{A}.\vec{B} = (A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath} + A_z\,\vec{k}).(B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath} + B_z\,\vec{k})$$

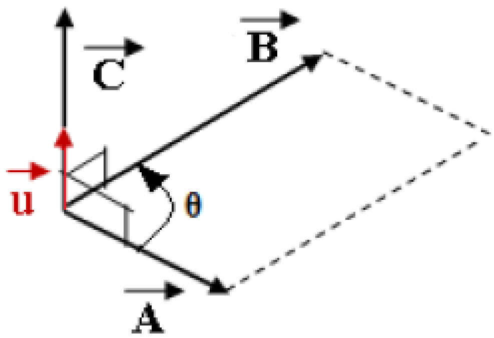
$$\vec{A}.\vec{B} = A_x\,B_x + A_y\,B_y + A_z\,B_z$$

حيث: $\vec{\imath}.\vec{\imath} = \vec{\jmath}.\vec{\jmath} = \vec{k}.\vec{k} = 1$

$$\vec{\imath}.\vec{\jmath} = \vec{\jmath}.\vec{k} = \vec{k}.\vec{\imath} = 0$$

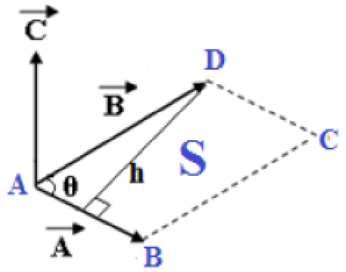
الجداء الشعاعي:

الجداء الشعاعي $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو الشعاع $\vec{C}$ حيث : $\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$



$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|.\sin\theta\,\vec{u}$$

حيث $\vec{u}$ شعاع وحدة و يكون عمودي على $\vec{A}$ و $\vec{B}$ في نفس الوقت.



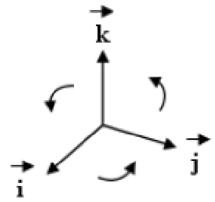
الشكل الهندسي للجداء الشعاعي :

$$\|\vec{A}\wedge\vec{B}\| = \|\vec{A}\|.\underbrace{\|\vec{B}\|\,.\sin\theta}_{h}$$

$$\|\vec{A}\wedge\vec{B}\| = \|\vec{A}\|.h = S_{abcd}$$

حيث:

S_{abcd} : هي مساحة متوازي الإضلاع المتكون من الشعاعان $\vec{A}$ و $\vec{B}$



ملاحظة :

$$\vec{\imath}\wedge\vec{\imath} = \vec{\jmath}\wedge\vec{\jmath} = \vec{k}\wedge\vec{k} = \vec{0}$$

$\vec{k}\wedge\vec{\imath} = \vec{\jmath}$, $\vec{\jmath}\wedge\vec{k} = \vec{\imath}$, $\vec{\imath}\wedge\vec{\jmath} = \vec{k}$ (خاصية التبديل الدائري) .

العبارة التحليلية للجداء الشعاعي :

نفرض أن $\vec{A}$ و $\vec{B}$ شعاعان معرفان في القاعدة $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, ليكن $\vec{C}$ هو الجداء الشعاعي بين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

$$\vec{C} = \vec{A}\wedge\vec{B}$$

$$\vec{C} = \vec{A}\wedge\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix}\vec{\imath} - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix}\vec{\jmath} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$\vec{C} = \underbrace{(A_y B_z - B_y A_z)}_{C_x}\vec{\imath} - \underbrace{(A_x B_z - B_x A_z)}_{C_y}\vec{\jmath} + \underbrace{(A_x B_y - B_x A_y)}_{C_z}\vec{k}$$