

CONDENSATEURS

1- Définitions

→ Un condensateur est un ensemble de 2 conducteurs en influence totale.

→ A_1 = armature interne de charge Q_1

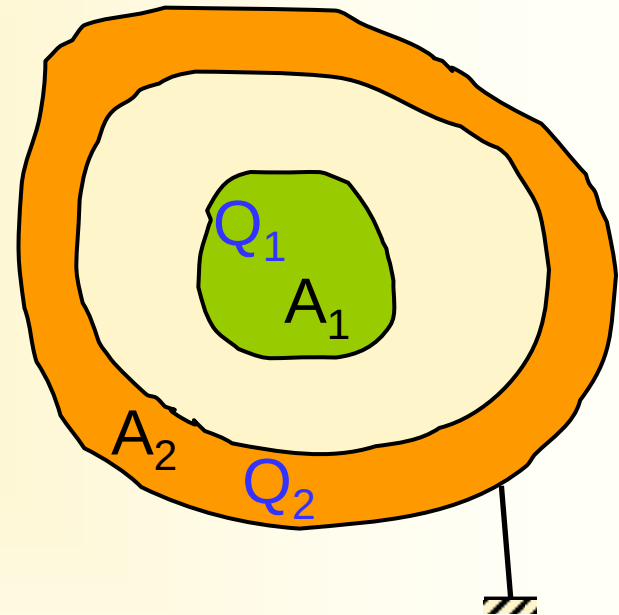
→ A_2 = armature externe de charge

$$Q_2 = -Q_1 + Q_{2\text{ext}}$$

★ Si A_2 relié au sol: $V_2 = 0 \Rightarrow Q_{2\text{ext}} = 0$

$$Q_2 = -Q_1$$

→ On appelle $Q_1 = Q$ est la charge du condensateur

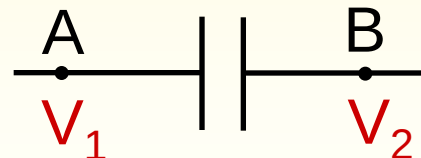


Capacité du condensateur C

$$Q = Q_1 = -Q_2 \quad (Q_{2\text{ext}} = 0 \text{ car } V_2 = 0)$$

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q = C(V_1 - V_2)}$$

- ➔ La charge d'un condensateur est proportionnelle à la différence de potentiel qui existe entre ses armatures.
- ➔ La capacité C dépend de la géométrie (forme) des armatures.
- ➔ Schéma d'un condensateur:



2- Calcul de capacités

a- Méthode générale

- ① → Calcul de $\vec{E}$ entre les armatures (Th. de Gauss).
- ② → Calcul de la circulation de $\vec{E}$ entre les armatures.

$$V_1 - V_2 = \int_{A_1}^{A_2} \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

- ③ → Calcul de C.

$$Q = \iint_S \sigma \cdot dS \quad \text{et} \quad C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

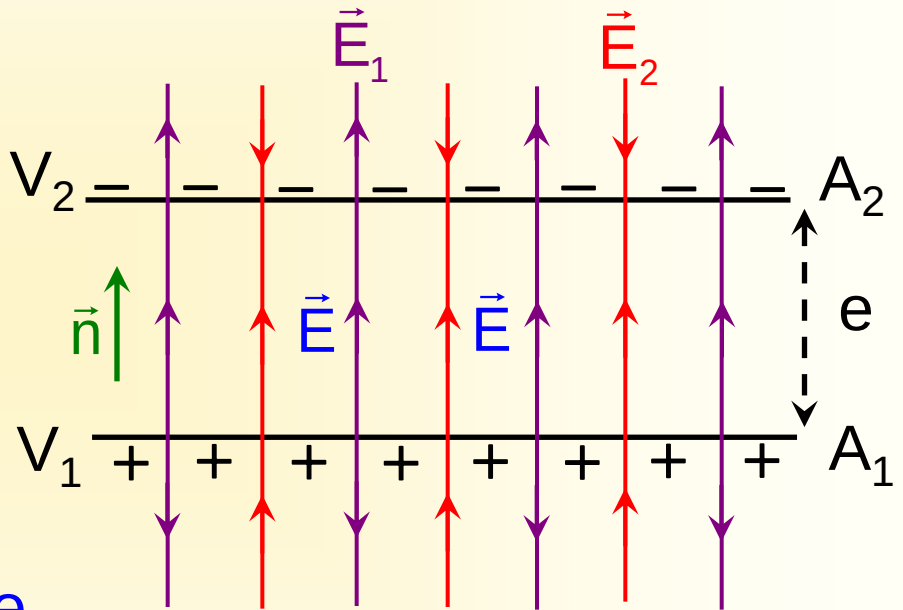
b- Condensateur plan

- Armatures A_1 et A_2 : plans de surface S séparés d'une distance e ($S \gg e$) et portés aux potentiels V_1 et V_2 .
- Densités de charges uniformes: $+\sigma$ sur A_1 et $-\sigma$ sur A_2 .

①
$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n} \\ \vec{E}_2 &= \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$$

②
$$V_1 - V_2 = \int_{A_1}^{A_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot e = \frac{\sigma \cdot e}{\epsilon_0}$$

③
$$Q = \sigma \cdot S \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$



c- Condensateur sphérique

→ Armature A_1 : sphère de rayon R_1 .

→ Armature A_2 : sphère de rayon R_2 .

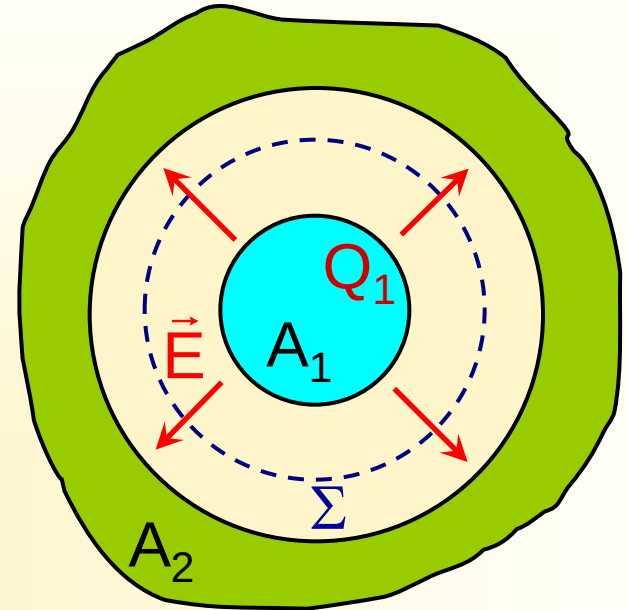
① Σ surface de Gauss de rayon $r \Rightarrow$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} \vec{u}_r$$

② Circulation de $\vec{E}$ entre A_1 et A_2 :

$$\int_{A_1}^{A_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = V_1 - V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2}$$

$$\textcircled{3} \quad C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \right)$$



3- Propriétés des condensateurs

a- Accumulation d'électricité

Un condensateur est un "réservoir" d'électricité.

→ Conducteur A_1 sphérique isolé au potentiel V : $Q = 4\pi\epsilon_0 RV$

→ Si on entoure A_1 par un autre conducteur sphérique de rayon $R+e$ (avec $R \gg e$) au potentiel 0, Q devient:

$$Q' = 4\pi\epsilon_0 \frac{R^2}{e} V \quad \Rightarrow \quad \frac{Q'}{Q} = \frac{R}{e} \ll 1$$

→ Pour une ddp donnée, on peut placer une charge beaucoup plus grande sur un condensateur que sur un conducteur isolé.

→ Un condensateur sera caractérisé par:

→ sa capacité.

→ la ddp ($V_1 - V_2$) maximum qu'il peut supporter.

b- Groupement de condensateurs

➔ On groupe les condensateurs pour obtenir un condensateur équivalent:

→ capacité plus grande (groupement parallèle).

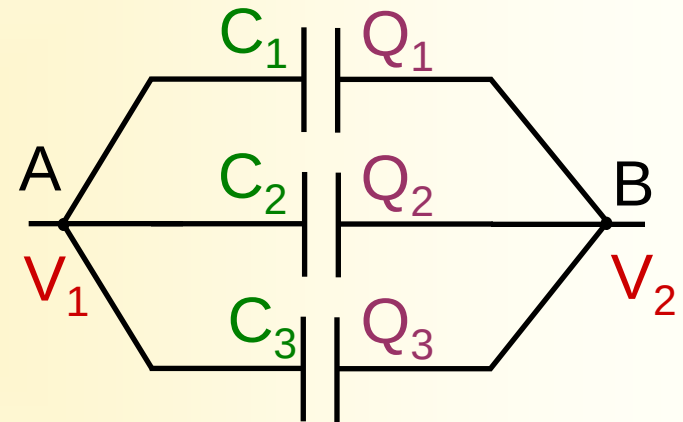
→ ddp plus grande (groupement série).

★ Groupement parallèle

→ armatures internes: potentiel V_1 .

→ armatures externes: potentiel V_2 .

→ charge du groupement:



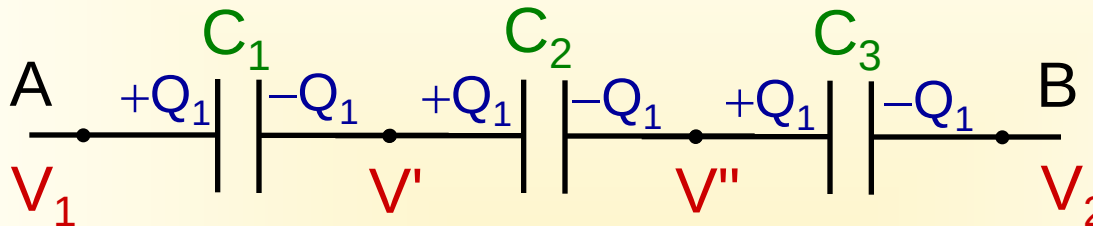
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)(V_1 - V_2) = C(V_1 - V_2)$$

➔ Pour n condensateurs groupés en parallèle, le condensateur équivalent a une capacité:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

★ Groupement série

→ l'armature interne d'un condensateur est reliée à l'armature externe du suivant, etc.....



→ tous les condensateurs portent la même charge Q_1 .

$$V_1 - V_2 = (V_1 - V') + (V' - V'') + (V'' - V_2)$$

$$\text{d'où } V_1 - V_2 = Q_1 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) = \frac{Q_1}{C}$$

→ Pour n condensateurs groupés en série, le condensateur équivalent a une capacité:

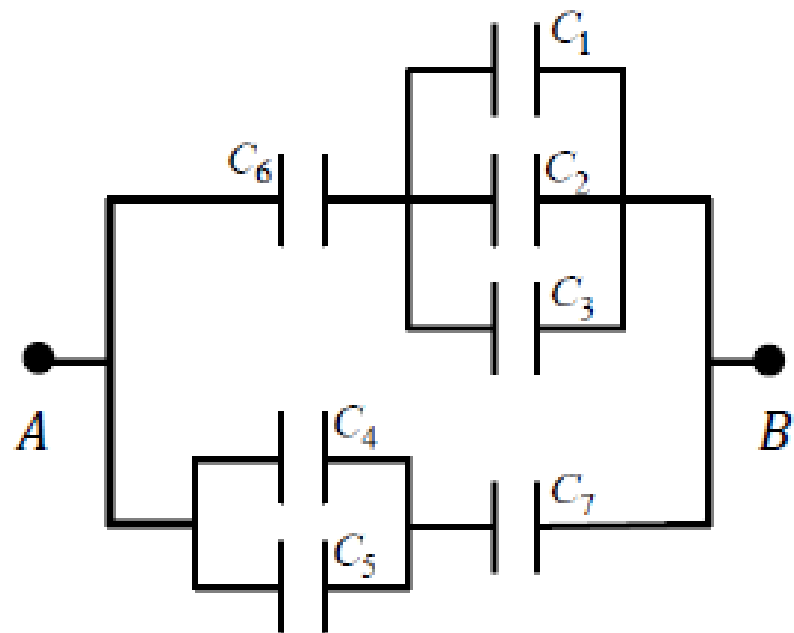
$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}}$$

Application

Soit le groupement de condensateurs de la figure 4.

- 1- Calculer la capacité équivalente entre A et B .
- 2- Une tension $U_{AB} = 120\text{ V}$ est appliquée entre les points A et B . Calculer les tensions aux bornes de chaque condensateur ainsi que les charges qu'ils portent.

On donne :



$$C_1 = 1\ \mu\text{F} \ ; \ C_2 = 2\ \mu\text{F} \ ; \ C_3 = 3\ \mu\text{F} \ ; \ C_4 = 4\ \mu\text{F} \ ; \ C_5 = 5\ \mu\text{F}$$

$$C_6 = 12\ \mu\text{F} \ ; \ C_7 = 18\ \mu\text{F}$$

1- La capacité équivalente entre A et B :

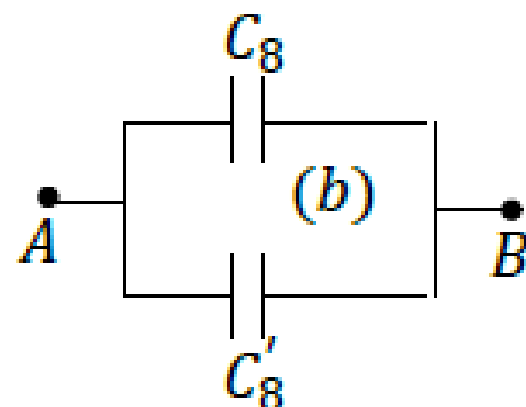
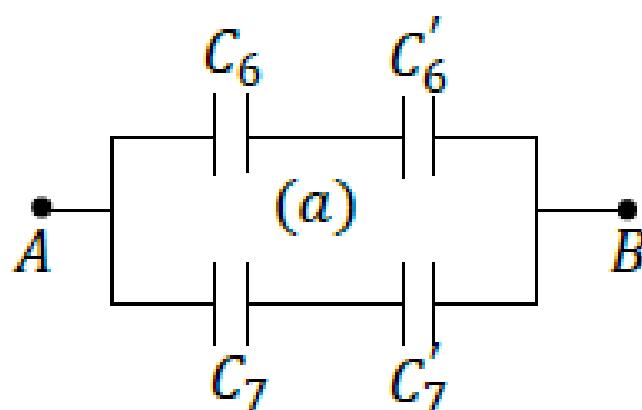
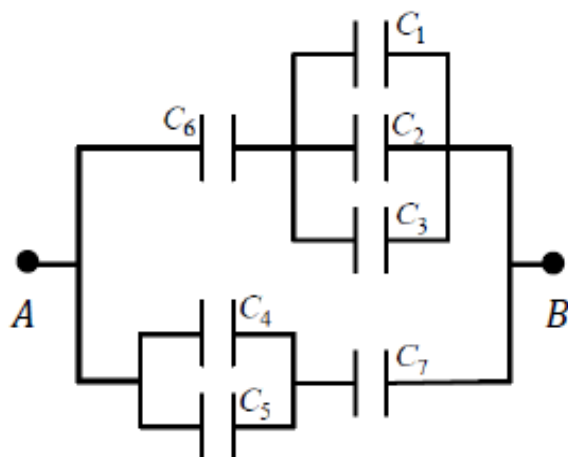
Les condensateurs (C_1, C_2, C_3) sont en parallèle $\Rightarrow C'_6 = C_1 + C_2 + C_3 = 6 \mu F$

Les condensateurs (C_4, C_5) sont en parallèle $\Rightarrow C'_7 = C_4 + C_5 = 9 \mu F$

Les condensateurs (C_6, C'_6) sont en série $\Rightarrow C_8 = \frac{C_6 C'_6}{C_6 + C'_6} = 4 \mu F$

Les condensateurs (C_7, C'_7) sont en série $\Rightarrow C'_8 = \frac{C_7 C'_7}{C_7 + C'_7} = 6 \mu F$

Les condensateurs (C_8, C'_8) sont en parallèle $\Rightarrow C_{eq} = C_{AB} = C_8 + C'_8 = 10 \mu F$



2- Les tensions aux bornes de chaque condensateur ainsi que les charges qu'ils portent :

A partir de la figure (a), on a :

$$\begin{cases} Q_6 = Q'_6 \Rightarrow 6U'_6 = 12U_6 \Rightarrow U'_6 = 2U_6 \\ U'_6 + U_6 = 120 \end{cases} \Rightarrow U_6 = 40 \text{ V}$$

A partir de la figure (b), on a :

$$\begin{cases} Q_7 = Q'_7 \Rightarrow 9U'_7 = 18U_7 \Rightarrow U'_7 = 2U_7 \\ U'_7 + U_7 = 120 \end{cases} \Rightarrow U_7 = 40 \text{ V}$$

On en déduit que :

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_{AB} - U_6 = 80 \text{ V} ; \quad U_4 = U_5 = U_{AB} - U_7 = 80 \text{ V}$$

Concernant les charges, on a :

$$Q_1 = C_1 U_1 = 80 \mu\text{C}; \quad Q_2 = C_2 U_2 = 160 \mu\text{C}; \quad Q_3 = C_3 U_3 = 240 \mu\text{C}; \quad Q_4 = 320 \mu\text{C}; \quad Q_5 = C_5 U_5 = 400 \mu\text{C};$$

$$Q_6 = C_6 U_6 = 480 \mu\text{C}; \quad Q_7 = C_7 U_7 = 720 \mu\text{C}$$

4- Condensateur avec diélectrique

- On place un isolant solide (mica, papier paraffiné, verre,...) ou liquide (huile minérale) ou de l'air entre les armatures.
- La capacité du condensateur est multipliée par un facteur ϵ_r .

$$C = \epsilon_r C_0$$

- ϵ_r est la permittivité de l'isolant.

- air sec: $\epsilon_r = 1,00058 \approx 1$ (vide)
- mica: $\epsilon_r \approx 8$
- verres: $\epsilon_r \approx 4$ à 7
- paraffine: $\epsilon_r \approx 2,1$

- Potentiel disruptif: si la ddp entre les armatures devient trop grande, le diélectrique devient conducteur et une étincelle se produit entre les armatures: le condensateur "claque".

5- Energie d'un condensateur

→ Condensateur = système de 2 conducteurs en influence.

$$\Rightarrow E_e = \frac{1}{2}Q_1V_1 + \frac{1}{2}Q_2V_2$$

→ En général, on a $-Q_2 = Q_1 = Q$ charge du condensateur

$$\Rightarrow E_e = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

avec $Q = Q_1$ et $V = V_1 - V_2$

→ Localisation de l'énergie électrostatique:

$$-\Delta E_e = W(\text{forces électrostatiques}) \Rightarrow \vec{F}_{\text{élec}} \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{E} \neq \vec{0}$$

→ l'énergie électrostatique est localisée (ou stockée)
dans les régions où le champ n'est pas nul.

→ Dans un condensateur, l'énergie est localisée entre les armatures.