CONDUCTEURS EN EQUILIBRE

OBJECTIFS:

→ Etablir les propriétés électrostatiques des conducteurs: champ, potentiel, énergie.

CONDUCTEUR EN EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE

1- Définitions

➔ Un conducteur est un matériau qui contient des charges mobiles. Ces charges se mettent en mouvement dès qu'elles sont dans un champ électrostatique.

★ exemples:
- métal: $\rightarrow$ porteurs de charge $=$ e^- libres
- gaz ionisé: $\rightarrow$ porteurs de charge $=$ ions
- électrolytes: $\rightarrow$ porteurs de charge $=$ ions

➔ Un conducteur est en équilibre lorsque les charges libres qu'il contient sont au repos.

2- Propriétés d'un conducteur en équilibre

➔ Le champ électrostatique est nul à l'intérieur de tout conducteur en équilibre:

$\rightarrow$ charges libres au repos $\Rightarrow$ $\vec{F} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{E} = \vec{0}$

➔ Le potentiel est constant à l'intérieur et sur la surface d'un conducteur en équilibre.

$\rightarrow$ $\vec{E} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $V = C^{te}$ à l'intérieur

par continuité, $V = C^{te}$ à la surface

★ la surface d'un conducteur en équilibre est une équipotentielle.

★ les lignes de champ sont normales à la surface pour un conducteur chargé

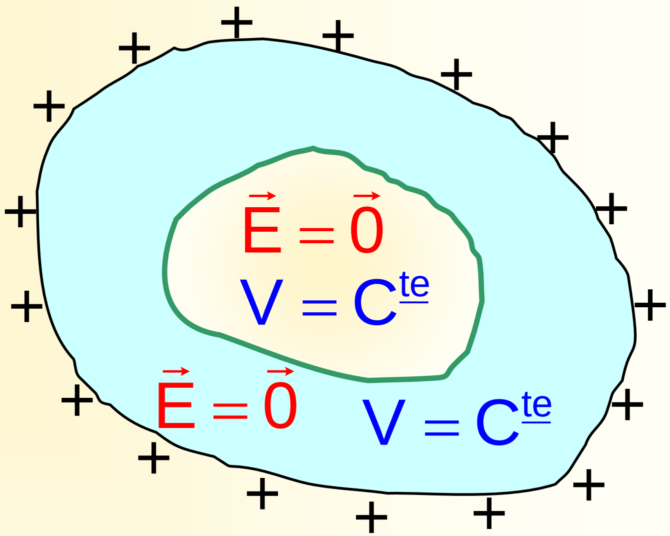
➔ Si le conducteur en équilibre est chargé, cette charge ne peut être que surfacique.

➔ Cas d'un conducteur creux chargé:

$\vec{E} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad V = C^{te}$ partout

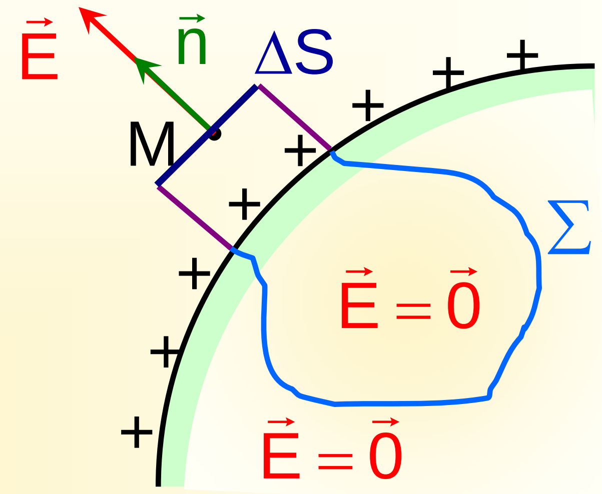
$\rightarrow$ la surface intérieure est une équipotentielle

$\rightarrow$ il ne peut pas y avoir de charges sur la surface intérieure de la cavité



3- Champ au voisinage d'un conducteur

a- Théorème de Coulomb



➔ Le champ électrostatique présente une discontinuité à la traversée de la surface d'un conducteur en équilibre.

- S surface fermée $= \sum$ + tube + ΔS
- M infiniment voisin de la surface du conducteur.
- $\vec{n}$ normale à la surface en M.

$$\Phi_{\vec{E}/S} = \iint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \Phi_{\vec{E}/dS} + \Phi_{\vec{E}/tube} + \Phi_{\vec{E}/\Sigma} = \frac{\sigma \, \Delta S}{\varepsilon_0}$$

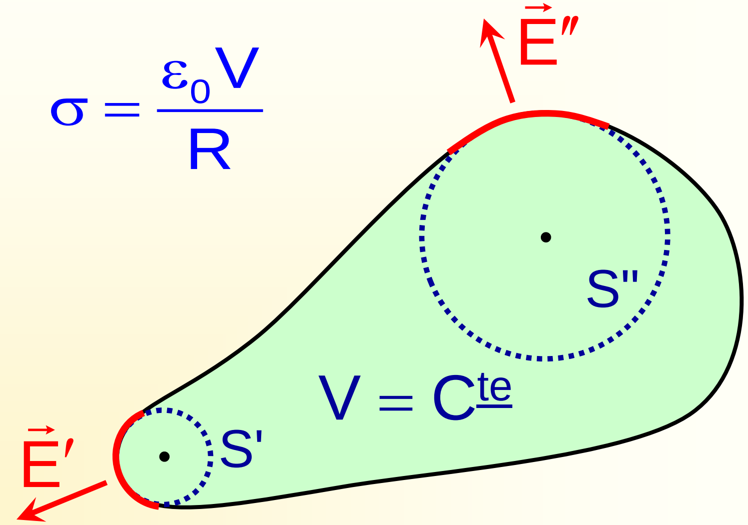
d'où $\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \vec{n}}$ champ au voisinage d'un conducteur en équilibre

b- "Pouvoir des pointes"

→ Sphère de rayon R au potentiel V: $\sigma = \dfrac{\varepsilon_0 V}{R}$

→ Sphère S' de rayon R': $\sigma' = \dfrac{\varepsilon_0 V}{R'}$

→ Sphère S'' de rayon R'': $\sigma'' = \dfrac{\varepsilon_0 V}{R''}$



★ Au voisinage de la surface, $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$$R' < R'' \Rightarrow \sigma' > \sigma'' \Rightarrow E' > E''$$

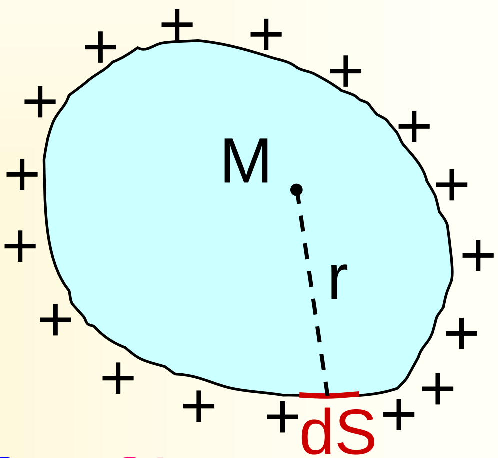
➔ A la surface d'un conducteur en équilibre au potentiel V, le champ électrostatique sera très intense au voisinage d'une pointe.

$\Rightarrow$ ionisation de l'air $\Rightarrow$ décharge (paratonnerre, avion,…)

$\Rightarrow$ <u>impossiblité</u> de conserver la charge pour un conducteur chargé muni de pointes.

4- Capacité d'un conducteur en équilibre

En un point M d'un conducteur en équilibre, de surface S et de densité σ, le potentiel s'écrit:



$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_S \frac{\sigma \cdot ds}{r}$$

Sa charge totale est: $Q = \iint_S \sigma \cdot dS$

Si $\sigma \to k\sigma$ alors: $\begin{cases} V'(M) = k \cdot V(M) \\ Q' = k \cdot Q \end{cases} \Rightarrow \frac{Q}{V} = \frac{Q'}{V'} = C^{\underline{te}}$

On pose: $\boxed{\frac{Q}{V} = C}$ capacité d'un conducteur isolé en équilibre

★ C toujours >0

★ Unité: Farad (coulomb.volt^{-1})

★ Exemple: $C_{terre} = 4\pi\varepsilon_0 R = 710\ \mu F$

5- Energie d'un système de conducteurs chargés en équilibre

★ La distribution est surfacique et V constante sur la surface.

→ Cas d'un seul conducteur:

$$E_e = \frac{1}{2}\iint_S \sigma \cdot V \cdot ds = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \iint_S \sigma \cdot ds = \frac{1}{2} Q \cdot V$$

$$\boxed{E_e = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$$

→ Cas d'un système de n conducteurs:

Conducteur A_i: charge Q_i et potentiel $V_i \Rightarrow \quad E_e(i) = \frac{1}{2} Q_i V_i$

Pour n conducteurs $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_n$:

$$\boxed{E_e = \frac{1}{2}\sum_i Q_i V_i}$$

Application

Champ électrostatique crée par une boule métallique

Considérons une boule en métal de rayon R ayant une charge globale Q.
A l'équilibre, comment se répartissent les charges dans le conducteur ?
En déduire l'expression de la densité surfacique de charge σ (en C/m^2).
Que vaut le champ électrostatique dans le conducteur ?

En appliquant le théorème de Coulomb, vérifier qu'à la surface du conducteur : $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$

En utilisant le théorème de Gauss, montrer que l'intensité du champ électrostatique crée à la distance r ($r \geq R$) du centre du conducteur est : $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

Corrigé

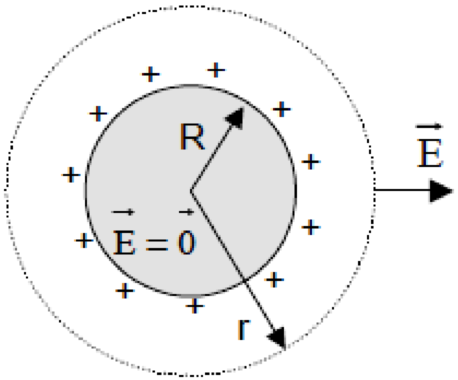
A l'équilibre, les charges se répartissent uniformément sur la surface.

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi R^2} \text{ en C/m}^2.$$

S est la surface d'une sphère.

Dans un conducteur à l'équilibre, le champ électrostatique est nul.

A la surface (théorème de Coulomb) : $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$



Considérons une surface fermée sphérique de rayon r.

Le flux du champ électrostatique à travers cette surface est : $\Phi = ES = E\ 4\pi r^2$

L'application du théorème de Gauss donne : $E\ 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

L'intensité du champ électrostatique à la distance $r \geq R$ est donc : $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$