CHAPITRE 2

Introduction à la fiabilité des systèmes

La sûreté de fonctionnement :**(SDF)** aptitude d'une entité à satisfaire à une ou plusieurs fonctions requises dans des conditions données.

La fiabilité : Aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise dans des conditions données pendant un intervalle de temps donné. Donc :

Fiabilité = ne pas avoir de défaillance.

Maintenabilité = être rapidement dépanné.

Disponibilité : être en état d'accomplir sa fonction.

2.1 Mesures de performances

On considère un matériel (une pompe, un composant électronique, une voiture...) pouvant se trouver dans différente états. Cet ensemble d'états est noté E. dans tous les exemples que nous considérons, ce sera un ensemble fini.il se décompose en deux sous-ensembles forment une partition :

L'ensemble M des états de marche.

L'ensemble P des états de panne

L'évolution du matériel dans le temps est d'écrite par un processus stochastique $(X_t)_{t\geq 0}$ à valeur dans E continue à droite et pourvu de limite à gauche en tout point.

La qualité du matériel, du point de vue sûreté de fonctionnement est donnée par un certain nombre d'indicateurs ou mesures de performance.

La liste de celles qui sont utilisées le plus couramment est donné ci-dessous :

Définition 17 ***La disponibilité (availabity en anglais)*** *notée $D(t)$: la disponibilité du matériel à l'instant t est la probabilité pour que le matériel fonctionne à cet instant :*

$$D(t) = P(X_t \in M).$$

* Cette quantité est également appelée **disponibilité instantanée** à l'instant t, par opposition à **la disponibilité moyenne sur l'intervalle de temps** $[0, t]$,qui désigne soit la proportion de temps pendant laquelle le matériel est en marche sur l'intervalle de temps $[0, t]$:

$$\frac{1}{t}\int_{0}^{t} 1_{\{X_s \in M\}} ds$$

Soit l'espérance mathématique de cette dernière quantité, c'est-à-dire la moyenne de la disponibilité instantanée sur l'intervalle de temps $[0, t]$:

$$\frac{1}{t}\int_{0}^{t} D(s)\, ds.$$

* Nous appelons disponibilité asymptotique et nous la notons $D(\infty)$, la limite, lorsque t tend vers l'infini, de la disponibilité à l'instant t (quand cette limite existe) :

$$D(\infty) = \lim_{t \to +\infty} D(t)$$

c'est donc également la limite, quand t tend vers l'infini de $\frac{1}{t}\int_{0}^{t} D(s)\, ds.$

Définition 18 ***L'indisponibilité*** *à l'instant t est la probabilité que le système soit en panne à cet instant :*

$$\widetilde{D}(t) = P(X_t \in P) = 1 - D(t)$$

* L'**indisponibilité asymptotique** est la limite, lorsque t tend vers l'infini, de l'indisponibilité à l'instant t (quand cette limite existe) :

$$\widetilde{D}(\infty) = \lim_{t \to +\infty} \widetilde{D}(t) = 1 - D(\infty).$$

Définition 19 ***La fiabilité*** *(reliabilty) $R(t)$ du matériel à l'instant t est la probabilité que le matériel soit en fonctionnement sur tout l'intervalle de temps $[0, t]$:*

$$R(t) = P(X_s \in M, \forall s \in [0, t]).$$

Définition 20 ***La défiabilité*** *$\widetilde{R}(t)$ à l'instant t est la probabilité que le matériel ait une panne pendant l'intervalle de temps $[0, t]$.*

* Soit $T = inf\{s \geq 0 : X_s \in P\}$ la première durée de bon fonctionnement du matériel, et F la fonction de répartition de la variable aléatoire T, nous avons :

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F(t),$$

$$\widetilde{R}(t) = 1 - R(t) = P(T \leq t) = F(t).$$

* L'inégalité $R(t) \leq D(t)$ est toujours vérifiée. Remarquons que lorsque le matériel n'est pas réparable (ce qui revient à dire que l'ensemble des états de pannes est absorbant).nous avons $R(t) = D(t)$. Cette remarque évidente permet de ramener un calcul de fiabilité à un calcul de disponibilité.

Définition 21 ***(Maintenabilité)*** *Si on remplace l'ensemble M par l'ensemble P, la quantité duale de la fiabilité est la* ***démaintenabilité****, $\widetilde{M}$:*

$$\widetilde{M}(t) = P(X_s \in P, \forall s \in [0,t]).$$

tandis que la ***maintenabilité*** *est la probabilité que la réparation du matériel soit achevée avant l'instant t, ces notions de maintenabilité et de démaintenabilité n'étant utilisées que lorsque le matériel est en panne à l'instant initial*

$$M(t) = 1 - \widetilde{M}(t) = P(\exists s \in [0,t], X_s \in M) \qquad lorsque\ X_0 \in P.$$

Examinons maintenant les différentes durées moyennes :

Définition 22 ** Le* ***MTTF*** *(Mean Time To Failure) est la durée moyenne de bon fonctionnement :*

$$MTTF = E(T) = \int_0^{+\infty} p(T > t)\, dt.$$

Définition 23 ** Le* ***MTTR*** *(Mean Time To Repair) est la durée moyenne de réparation. Elle n'est pas en général définie que si le matériel est en panne à l'instant initial, et :*

$$MTTR = \int_0^{+\infty} \widetilde{M}(t)\, dt \qquad lorsque\ X_0 \in P.$$

Lorsque le matériel considéré est réparable, le matériel passe par des périodes successives de marche et de panne. Notons M_n (respectivement P_n) la durée de la $n^{émé}$ période de bon fonctionnement (respectivement de réparation).

Définition 24 **Le* ***MUT*** *(Mean Up Time) est la durée moyenne de fonctionnement sans panne " en asymptotique" dans le sens où :*

$$MUT = \lim_{n \to +\infty} E(M_n).$$

lorsque cette limite existe,

Définition 25 ** tandis que le* ***MDT*** *(Mean Down Time) est la quantité duale :*

$$MDT = \lim_{n \to +\infty} E(P_n).$$

lorsque cette limite existe.

Définition 26 ** Le* ***MTBF*** *(Mean Time Between Failure) est la durée moyenne qui sépare deux défaillances " en asymptotique" (au sens précédent), c'est-à-dire :*

$$\mathbf{MTBF} = \mathbf{MUT} + \mathbf{MDT}.$$

2.2 Taux de hasard, de défaillance et de réparation

Dans ce paragraphe nous considérons une variable aléatoire positive T de fonction de répartition F et nous posons $\overline{F} = 1 - F$.