



## امتحان الدورة العادية في الأساليب الكمية في الإدارة

### التمرين الأول: 05 نقاط

- لتكن المصفوفة المبينة في الجدول التالي لإحدى المباريات المختلطة باستعمال الطريقتين (الجبرية أو الحسابية): أوجد
- 1- الوقت المخصص لكل استراتيجية لكلا اللاعبين؟
  - 2- نتيجة المباراة؟ واللاعب الفائز؟
  - 3- التوزيع النسبي للوقت المخصص لكل استراتيجية لكلا اللاعبين مع الشرح المختصر؟

		اللاعب B	
		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>
اللاعب A	P <sub>1</sub>	-1	-7
	P <sub>2</sub>	-6	-4

### التمرين الثاني: 07 نقاط

يوجد لدى متخذ قرار مصفوفة التكاليف لثلاث بدائل  $S_1, S_2, S_3$  وثلاث حالات طبيعة  $N_1, N_2, N_3$  مبينة في الجدول.

البدائل \ حالات الطبيعة	$N_1$	$N_2$	$N_3$
	$S_1$	4000	3000
$S_2$	6000	9000	2000
$S_3$	8000	1000	7000
$P_t$	$P_1$	$P_2$	$P_3$

- علما أن احتمال حالات الطبيعة متساوية في الحالات الثلاثة، ومعامل التفاؤل = 2 من احتمال حالة الطبيعة الثانية.

- 1- احسب احتمالات حالات الطبيعة الثلاثة ومعامل التفاؤل والتشاؤم؟
- 2- ما هو أفضل بديل وفق معيار لابلاس ( $Laplace$ )؟ -4 ما هو أفضل بديل وفق معيار التفاؤل ( $Max; max$ )؟
- 3- ما هو أفضل بديل وفق معيار التشاؤم ( $Wald$ )؟ -5 ما هو أفضل بديل وفق معيار سفاج (الندم) ( $Savage$ )؟
- 6- ما هو أفضل بديل وفق معيار هيرويتز (الواقعية) ( $Horweiz$ )؟
- 7- احسب قيمة المعلومة الكاملة، وهل من المنطقي لمتخذ القرار أن يدفع مقابل للحصول عليها علل إجابتك؟

### التمرين الأول: 08 نقاط

تمتلك شركة توصيل مركز اتصال لخدمة العملاء يعمل به موظف واحد، يستقبل المركز مكالمات بمعدل 20 مكالمة في الساعة ( $\lambda=20$ ) يستطيع الموظف التعامل مع 25 مكالمة في الساعة ( $\mu=25$ ) تبلغ تكلفة انتظار العميل في النظام 10 دج للدقيقة (أي 600 دج للساعة)، أما تكلفة تشغيل الموظف فتقدر بـ 1200 دج للساعة، ومدة التشغيل اليومية 8 ساعات.

والمطلوب: حدد ما يلي:

- 1- احتمال معدل اشتغال الموظف (نسبة الاستخدام)؟
- 2- نسبة الوقت الضائع الغير مستغل للموظف؟
- 3- متوسط عدد العملاء المتوقع في النظام؟
- 4- متوسط عدد العملاء المتوقع في صف الانتظار؟
- 5- متوسط وقت الانتظار للعملاء المتوقع في النظام؟
- 6- متوسط وقت الانتظار للعملاء المتوقع في صف الانتظار؟
- 7- حساب التكلفة الإجمالية (الكلية)
- 8- تقييم الجدوى الاقتصادية (من حيث التكاليف) لتوظيف موظف إضافي أي الانتقال إلى نظام (M/M/2)؟

ملحق الجدول الخاص بصفوف الانتظار لقيم $P_0$ لنموذج صف الانتظار بأكثر من مركز خدمة S				قيم $P$ ↓
5	4	3	2	
0.6703	0.6703	0.6701	0.6667	0.4
0.4493	0.4491	0.4472	0.4286	0.8



## حل امتحان الدورة العادية في الأساليب الكمية في الإدارة

## حل التمرين الأول:

1- بالطريقة الحسابية:

		اللاعب B		0.25	0.25	0.5
		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>			
اللاعب A	P <sub>1</sub>	-1	-7	6	*2	$\left(\frac{2}{8}\right)$
	P <sub>2</sub>	-6	-4	2	6*	$\left(\frac{6}{8}\right)$
		5	3	المجموع 8 للطرفين		
		3*	5*			
		$\left(\frac{3}{8}\right)$	$\left(\frac{5}{8}\right)$			

$$0.25 \quad \left[ \left( \left( \frac{2}{8} \right) \times (-1) \times \left( \frac{3}{8} \right) = \frac{-6}{64} \right) = -\frac{3}{32} \right]$$

✓ حساب قيمة المباراة:

$$0.25 \quad \checkmark \left[ \left( \left( \frac{2}{8} \right) \times (-7) \times \left( \frac{5}{8} \right) = \frac{-70}{64} \right) = \frac{-35}{32} \right]$$

$$0.25 \quad \checkmark \left[ \left( \left( \frac{6}{8} \right) \times (-6) \times \left( \frac{3}{8} \right) = \frac{-108}{64} \right) = \frac{-54}{32} \right]$$

$$0.25 \quad \checkmark \left[ \left( \left( \frac{6}{8} \right) \times (-4) \times \left( \frac{5}{8} \right) = \frac{-120}{64} \right) = -\frac{60}{32} \right]$$

ومنه نتيجة المباراة هي:

$$\left( -\frac{3}{32} - \frac{35}{32} - \frac{54}{32} - \frac{60}{32} \right) = \left[ \frac{(-3-35-54-60)}{32} \right] = -\frac{152}{32} = -\frac{76}{16} = -\frac{38}{8} = -\frac{19}{4} = -4.75$$

0.25 واللاعب B هو الفائز في هذه المباراة لان نتيجة المباراة سالبة.

0.25 وسيخصص  $\frac{2}{8}$  من وقته للاستراتيجية P<sub>1</sub> ويخصص  $\frac{6}{8}$  للاستراتيجية B وكذلك اللاعب B0.25 وسيخصص  $\frac{3}{8}$  وقته للاستراتيجية Q<sub>1</sub> وسيخصص  $\frac{5}{8}$  وقته للاستراتيجية Q<sub>2</sub>

2- الطريقة الجبرية:

$$-\alpha - 6(1 - \alpha) = -7\alpha - 4(1 - \alpha) \rightarrow \alpha = \frac{2}{8} \rightarrow (1 - \alpha) = \frac{6}{8}$$

$$-\beta - 7(1 - \beta) = -6\beta - 4(1 - \beta) \rightarrow \beta = \frac{3}{8} \rightarrow (1 - \beta) = \frac{5}{8}$$

ندون النتائج في الجدول المصفوفي:

		اللاعب B	
		$Q_1 = \frac{3}{8}$	$Q_2 = \frac{5}{8}$
اللاعب A	$P_1 = \frac{2}{8}$	4	-2
	$P_2 = \frac{6}{8}$	-1	1

✓ حساب قيمة المباراة:

$$\left[ \left( \frac{2}{8} \right) \times (-1) \times \left( \frac{3}{8} \right) = \frac{-6}{64} \right] = -\frac{3}{32}$$

$$\left[ \left( \frac{2}{8} \right) \times (-7) \times \left( \frac{5}{8} \right) = \frac{-70}{64} \right] = \frac{-35}{32}$$

$$\left[ \left( \frac{6}{8} \right) \times (-6) \times \left( \frac{3}{8} \right) = \frac{-108}{64} \right] = \frac{-54}{32}$$

$$\left[ \left( \frac{6}{8} \right) \times (-4) \times \left( \frac{5}{8} \right) = \frac{-120}{64} \right] = \frac{-60}{32}$$

ومنه نتيجة المباراة هي:

$$\left( -\frac{3}{32} - \frac{35}{32} - \frac{54}{32} - \frac{60}{32} \right) = \left[ \frac{(-3-35-54-60)}{32} \right] = -\frac{152}{32} = -\frac{76}{16} = -\frac{38}{8} = -\frac{19}{4} = -4.75$$

واللاعب B هو الفائز في هذه المباراة لان نتيجة المبراة سالبة.

وسيخصص  $\frac{2}{8}$  من وقته للاستراتيجية  $P_1$  ويخصص  $\frac{6}{8}$  للاستراتيجية  $P_2$  وكذلك اللاعب B

وسيخصص  $\frac{3}{8}$  وقته للاستراتيجية  $Q_1$  وسيخصص  $\frac{5}{8}$  وقته للاستراتيجية  $Q_2$

## حل التمارين الثاني:

حل التمارين الاول:

1- حساب احتمالات حالات الطبيعة الثلاثة ومعامل التفاؤل والتشاؤم؟

✓  $\{ (P_1 + P_2 + P_3 = 1) \ \& \ (3P_1 = 1 \Rightarrow P_1 = \frac{1}{3} = P_2 = P_3) \}$  احتمالات حالات الطبيعة 0.75

✓  $P_{op} = 2(P_2) = 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$  معامل التفاؤل 0.5

✓  $P_{pe} = 1 - P_{op} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow P_{pe} = \frac{1}{3}$  معامل التشاؤم 0.25

ندون النتائج في الجدول

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$
$S_1$	4000	3000	5000
$S_2$	6000	9000	2000
$S_3$	8000	1000	<b>7000</b>
$P_t$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

1- افضل بديل وفق معيار لابلاس ( $La\ place$ )؟

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$	معيار لابلاس نحسب المتوسط الحسابي
$S_1$	4000	3000	5000	$\frac{12000}{3} = 4000$
$S_2$	6000	9000	2000	$\frac{17000}{3} = 5666.67$
$S_3$	8000	1000	<b>7000</b>	$\frac{16000}{3} = 5333.34$

- افضل بديل وفق معيار لابلاس هو البديل الأول  $S_1$ ، لأننا أمام مصفوفة تكاليف.

2- افضل بديل وفق معيار التفاؤل ( $Maximax$ )؟

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$	نختار اقل القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
$S_1$	4000	3000	5000	3000
$S_2$	6000	9000	2000	2000
$S_3$	8000	1000	<b>7000</b>	<b>1000</b>

- افضل بديل وفق معيار التفاؤل هو البديل الثالث  $S_3$ ، لأننا أمام مصفوفة تكاليف

3- افضل بديل وفق معيار التشاؤم ( $Wald$ )؟

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$	نختار أسوأ القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
$S_1$	4000	3000	5000	<b>5000</b>
$S_2$	6000	9000	2000	9000
$S_3$	8000	1000	<b>7000</b>	8000

- افضل بديل وفق معيار التشاؤم هو البديل الأول  $S_1$ ، لأننا أمام مصفوفة تكاليف.

0.25

4- أفضل بديل وفق معيار سفاج (الندم) (*Savage*):

نختار أدنى قيمة من كل عمود ثم نطرحها من القيم الأخرى في العمود ونشكل المصفوفة الجديدة، ونتعامل مع القيم الجديدة فقط، ثم نختار أكبر القيم من كل عمود وندونها في العمود الأخير، ثم نختار أصغرها:

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$	نختار أكبر القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
$S_1$	0	2000	3000	3000
$S_2$	2000	8000	0	8000
$S_3$	4000	0	5000	5000

0.25

0.25

- أفضل بديل وفق معيار سفاج هو البديل الأول  $S_1$ . لأننا أمام مصفوفة تكاليف.

5- أفضل بديل وفق معيار هيرويتز (الواقعية) (*Horweiz*)، حيث معامل التفاؤل يساوي  $\left(\frac{2}{3}\right)$  ومعامل التشاؤم يساوي  $\left(\frac{1}{3}\right)$

البدائل	الاختيارات اقصى	ادنى	أسوأ النتائج $X \left(\frac{1}{3}\right)$	أفضل النتائج قيمة $X \left(\frac{2}{3}\right)$	مجموع النتائج
$S_1$	3000	5000	1666.67	2000	3666.67
$S_2$	2000	9000	3000	1333.34	4333.34
$S_3$	1000	8000	2666.67	666.67	3333.34

0.25

0.25

افضل بديل وفق معيار هيرويتز (*Horweiz*) هو البديل الأول ( $S_3$ ) لأننا أمام مصفوفة تكاليف.

6- قيمة المبلغ الذي يتم دفعه للحصول على المعلومة الكاملة.

أولاً: نقوم بحساب القيمة المتوقعة لكل من الاستراتيجيات الثلاث.

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$
$S_1$	4000	3000	5000
$S_2$	6000	9000	2000
$S_3$	8000	1000	7000
$P_t$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

من خلال القانون التالي:

$$EVs_n = \sum_{i=1}^n (P_i \times X_i) = (P_1 \times X_1) + (P_2 \times X_2) \dots \dots \dots + (P_n \times X_n)$$

0.25

$$EVs1 = \left(4000 \times \frac{1}{3}\right) + \left(3000 \times \frac{1}{3}\right) + \left(5000 \times \frac{1}{3}\right) = 4000$$

0.25

$$EVs2 = \left(6000 \times \frac{1}{3}\right) + \left(9000 \times \frac{1}{3}\right) + \left(2000 \times \frac{1}{3}\right) = 5666.67$$

0.25

$$EVs3 = \left(8000 \times \frac{1}{3}\right) + \left(1000 \times \frac{1}{3}\right) + \left(7000 \times \frac{1}{3}\right) = 5333.33$$

0.25

0.25

أفضل استراتيجية هنا في ظل المخاطرة هي الاستراتيجية الأولى لأننا أمام حالة تكاليف  $EVs1 = 4000$

- نحسب القيمة المتوقعة بوجود المعلومة الكاملة:

- نحن هنا أمام مصفوفة تكاليف بالتالي نختار أفضل النتائج (أي أقل القيم في كل عمود)

$$EV_{WPI} = \sum_{i=1}^n (R_i \times B_i) \quad 0.25$$

$$EV_{WPI} = \left(4000 \times \frac{1}{3}\right) + \left(1000 \times \frac{1}{3}\right) + \left(2000 \times \frac{1}{3}\right) = 2333.34 \quad 0.25$$

$$IV = EV_{WPI} - EV_{S_2} = \sum_{i=1}^n (R_i \times B_i) - \sum_{i=1}^n (P_i \times X_n) \quad 0.25$$

$$IV = 2333.34 - 4000 = -1666.66 \quad 0.25$$

وتشير هذه النتيجة السالبة إلى أن التحول من حالة المخاطرة إلى حالة التأكد التام لا يمثل خيارًا اقتصاديًا مجديًا بالنسبة للمؤسسة. فالحصول على معلومات كاملة سيؤدي إلى عائد أقل من العائد الممكن تحقيقه في ظل حالة المخاطرة باستخدام الاستراتيجية المثلى. وبذلك، فإن تحمل تكاليف إضافية للحصول على هذه المعلومات لا يحقق منفعة اقتصادية، بل يشكل عبئًا ماليًا على المؤسسة 0.25

لذا، يُوصى بعدم السعي وراء الحصول على معلومات كاملة في هذه الحالة، والاعتماد بدلاً من ذلك على النموذج الاحتمالي الحالي المعتمد في تحليل السوق، والذي أثبت قدرته على تحقيق أفضل نتيجة اقتصادية ضمن الموارد المتاحة. 0.25

### حل التمارين الثالث

الحل

المعطيات 0.25

- معدل المكالمات الواردة  $\lambda = 20$  (مكالمة في الساعة)
- معدل قدرة الموظف على معالجة المكالمات  $\mu = 25$  (مكالمة في الساعة)
- تكلفة الانتظار  $(C_1) = 600$  دج للساعة
- تكلفة الموظف  $(C_2) = 1200$  دج للساعة
- مدة التشغيل اليومية  $(t) = 8$  ساعات

1- حساب معدل إشغال الموظف (نسبة الاستخدام)

$$P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{25} = 0.8 \quad 0.25$$

الموظف يعمل 80% من الوقت، هذه النسبة جيدة من حيث الكفاءة، ولكن تشير إلى أن هناك مجالاً لتحسين استخدام الموظف في فترات الضغط.

2- حساب نسبة الوقت الذي يكون فيه الموظف غير مشغول (نسبة عدم الاستخدام)

$$P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.8 = 0.2 \quad 0.25$$

الموظف غير مشغول 20% من الوقت، هذا يعني أن الموظف في حالة احتياط، وهو أمر مفيد في حالة حدوث ذروة في المكالمات، ولكن قد يكون أيضاً مهدراً للموارد في بعض الأحيان.

3- تقدير متوسط عدد العملاء المتواجدين في النظام (في الانتظار أو يتلقون الخدمة).

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{20}{25 - 20} = \frac{20}{5} = 4$$

هناك 4 عملاء في النظام في المتوسط (إما في الخدمة أو في الانتظار). هذه القيمة تعتبر طبيعية ويمكن إدارتها بشكل جيد إذا تم تحسين التوازن بين خدمة العملاء وتوزيع الموظفين.

4- متوسط عدد العملاء المتوقع في صف الانتظار ( $L_q$ )

$$L_q = P \times L_s = P \times \left( \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \right) = 0.8 \times 4 = 3.2$$

في المتوسط، هناك 3.2 عميل في صف الانتظار، يمكن أن تكون هذه القيمة مرتفعة قليلاً إذا كانت فترات الانتظار طويلة، ما قد يؤثر على رضا العملاء.

5- متوسط وقت انتظار العملاء المتوقع في النظام.

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{25 - 20} = \frac{1}{5} (h) = 0.2 (h) = 12 (min)$$

6- متوسط وقت الانتظار في النظام هو 12 دقيقة يعتبر هذا وقت مقبول نسبياً ويجب مراقبته خلال فترات الذروة.

7- متوسط وقت انتظار العملاء المتوقع في صف الانتظار.

$$W_q = P \times W_s = \left( \frac{\lambda}{\mu} \right) \times \left( \frac{1}{\mu - \lambda} \right) = 0.8 \times \left( \frac{1}{5} \right) = \frac{0.8}{5} (h) = 0.16 h = 9.6 (min)$$

متوسط وقت الانتظار في الصف هو 9.6 دقيقة يعتبر هذا يعتبر زمن انتظار جيد ولكن قد يسبب بعض الإحباط للعملاء إذا زادت أوقات الانتظار في فترات الذروة.

## 8- حساب التكلفة التشغيلية الإجمالية اليومية.

في حالة نظام (M/M/1) (موظف واحد)

- تكلفة الموظف

$$C_S = C_2 \times t = 1200 \times 8 = 9600 D$$

- تكلفة انتظار العميل:

$$C_q = C_1 \times t \times L_q = 600 \times 8 \times 3.2 = 15360 D$$

2. التكلفة الكلية

$$C = C_S + C_q = 9600 + 15360 = 24960 D$$

ان هي قيمة التكلفة الإجمالية اليومية (24960) في النظام الحالي (مركز اتصال مع موظف واحد) تمثل نسبة كبيرة من التكلفة الإجمالية، وهذا مؤشر على ضرورة تقليل أوقات الانتظار

1- أي نعيد حساب التكاليف الجديدة بإضافة موظف

تقييم الجدوى الاقتصادية (من حيث التكاليف) لتوظيف موظف إضافي أي الانتقال إلى نظام (M/M/2).

حساب متوسط عدد العملاء المتوقع في صف الانتظار الجديد في حالة أكثر من مركز خدمة حسب القانون التالي:

$$P = 0.8 / (P_0 = 0.4286) \quad S = 2$$

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times (s \times \mu - \lambda)^2} = \frac{(0.8)^2 \times 20 \times 25 \times 0.4286}{(2-1)! \times ((2 \times 25) - 20)^2} = 0.1524$$

ومنه تكاليف الوقت الضائع على انتظار العملاء

$$C_q = C_1 \times t \times L_q = 600 \times 8 \times 0.1524 = 730.72 D \quad \text{1- تحسب حسب القانون}$$

$$C_S = C_2 \times t = 1200 \times 8 = 9600 D \quad \text{2- تكاليف المستخدم الواحد في اليوم الواحد:}$$

$$C_{S_T} = S \times C_S = C_{S_T} = 9600 \times 2 = 19200 D \quad \text{تكاليف المستخدمين الاثنين:}$$

(حساب التكاليف الكلية)

$$TC_C = C_{S_T} + C_q = 19200 + 730.72 = 19930.72 D \quad \text{تحسب حسب القانون التالي:}$$

9- أظهرت نتائج الانتقال من نظام مركز اتصال أحادي (M/M/1) إلى نظام مزدوج (M/M/2) عبر توظيف موظف إضافي -

حدوى اقتصادية واضحة، تمثلت في خفض التكلفة التشغيلية اليومية من 24,960 دج إلى 19,930.72 دج، رغم مضاعفة

تكلفة الموظفين، بفضل انخفاض تكلفة الانتظار بأكثر من 95%. فقد تراجع عدد العملاء المنتظرين من 3.2 إلى 0.15، وزمن

الانتظار من 9.6 دقيقة إلى أقل من دقيقة، مما انعكس إيجاباً على رضا العملاء وجودة الخدمة. كما قلّ الضغط على

الموظفين وتحسّن الأداء في أوقات الذروة. وبالتالي، فإن توظيف موظف إضافي يُعد استثماراً استراتيجياً يعزز الكفاءة ويوازن

بين التكاليف والجودة، وتوصي الدراسة باعتماد نظام (M/M/2) بشكل دائم لتحقيق استدامة الأداء والقدرة التنافسية.