مثال.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I)$$ متعدد الحدود المميز

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A - \lambda I = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-\lambda & 3 \\ 1 & 4-\lambda \end{pmatrix}$$

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 3 \\ 1 & 4-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (2-\lambda)(4-\lambda) - (3 \times 1)$$

$$\boxed{\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a \times d) - (b \times c)}$$

$$= 8 - 2\lambda - 4\lambda + \lambda^2 - 3$$

$$= \lambda^2 - 6\lambda + 5$$

إذا كان كثير الحدود المميز لـ A هو

$$P_A(\lambda) = \lambda^2 - 6\lambda + 5$$

جذور $P_A(\lambda) = 0$ هي القيم الذاتية للمصفوفة A

les valeur propres

$\lambda_1 = 5$ و $\lambda_2 = 1$ $\longrightarrow$ القيم الذاتية

$$\lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0$$

$$(\lambda - 5)(\lambda - 1) = 0$$

يستخدم هذا المفهوم في ACP من أجل تحديد

المحاور الرئيسية من خلال ~~…~~ المتجهات الذاتية

المرافقة للقيم الذاتية

مثال:

$E = \mathbb{R}^2 \quad f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 :$

$$(x, y) \longrightarrow (5x - 3y,\ 6x - 4y)$$

$M = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$ حيث $\lambda \in \mathbb{R}$ و $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\det(M - \lambda I) = \det\left(\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = 0$$

$$\left(\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{pmatrix}\right) = 0 \Rightarrow \det\begin{pmatrix} 5-\lambda & -3 \\ 6 & -4-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$(5-\lambda)(-4-\lambda)+18=0$$

$$-20-5\lambda+4\lambda+\lambda^2+18=0$$

$$\lambda^2-\lambda-2=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=1+8=9 \Rightarrow \lambda_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+3}{2}=\boxed{2}$$

$$\lambda_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-3}{2}=\boxed{-1}$$

إذا كان $x=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ هو شعاع ذاتي مرافق لـ $\lambda_1=2$

$$f(x)=2x \Leftrightarrow Mx=2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}5&-3\\6&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a\\2b\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}5a-3b\\6a-4b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a\\2b\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}5a-3b=2a\\6a-4b=2b\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}3a-3b=0\\6a+6b=0\end{cases} \Leftrightarrow 3a-3b=0$$

$$3a=3b \Leftrightarrow a=b$$

ومنه [illegible]

أي نستنتج أن [illegible] $\Rightarrow \vec{u}=(1,1)$

شعاع ذاتي مرافق لـ [illegible]