سلسلة تمارين في مسائل التخصيص مشاكل التخصيص

تمرين 1 :تحسين التسويق عبر المؤثرين

المشكلة:

تريد شركة تسويقية تخصيص 5 مؤثرين لـ 5 حملات تسويقية بهدف تعظيم **التفاعل** (Engagement) كل مؤثر لديه معدل تفاعل مختلف مع كل حملة .الهدف هو تحديد أفضل تخصيص لتحقيق أعلى مجموع للتفاعل.

بيانات المسألة:

المصفوفة أدناه تمثل معدلات التفاعل بالمئات بين المؤثرين والحملات:

	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Campaign D	Campaign E
Alice	8	6	9	7	5
Bob	7	5	8	6	4
Charlie	6	8	7	9	3
Diana	5	7	6	8	10
Eve	4	6	5	7	9

الحل باستخدام خوارزمية المجرّدين (Hungarian Algorithm)

الخطوة الأولى :تحويل المسألة إلى مسألة تقليل

لأن هدفنا هو تعظيم التفاعل، نقوم بتحويل المسألة إلى مسألة تقليل باستخدام مفهوم **تكاليف الفرص** .يتم ذلك عن طريق طرح كل قيمة في المصفوفة من القيمة القصوى:(10)

	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Campaign D	Campaign E
Alice	2	4	1	3	5
Bob	3	5	2	4	6
Charlie	4	2	3	1	7
Diana	5	3	4	2	0
Eve	6	4	5	3	1

الخطوة الثانية :خفض الصفوف

نطرح أصغر قيمة في كل صف من جميع عناصر الصف:

	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Campaign D	Campaign E
Alice	1	3	0	2	4
Bob	1	3	0	2	4
Charlie	3	1	2	0	6
Diana	5	3	4	2	0
Eve	5	3	4	2	0

الخطوة الثالثة: خفض الأعمدة

نطرح أصغر قيمة في كل عمود من جميع عناصر العمود:

	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Campaign D	Campaign E
Alice	0	2	0	2	4
Bob	0	2	0	2	4
Charlie	2	0	2	0	6
Diana	4	2	4	2	0
Eve	4	2	4	2	0

الخطوة الرابعة: تغطية الأصفار بخطوط

نحاول تغطية جميع الأصفار باستخدام الحد الأدنى من الخطوط:

	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Campaign D	Campaign E
Alice	~~0~~	~~2~~	~~0~~	~~2~~	~~4~~
Bob	~~0~~	~~2~~	~~0~~	~~2~~	~~4~~
Charlie	~~2~~	~~0~~	~~2~~	~~0~~	~~6~~
Diana	4	2	4	2	~~0~~
Eve	4	2	4	2	~~0~~

- خط أفقي على الصف الأول.
- خط أفقي على الصف الثاني.
- خط أفقي على الصف الثالث.
- خط عمودي على العمود الخامس.

عدد الخطوط (5 > 4 = عدد الوكلاء)، لذلك نحتاج إلى تعديل المصفوفة.

الخطوة الخامسة: تعديل المصفوفة

نحسب أصغر قيمة غير مغطاة (2) ونطرحها من جميع العناصر غير المغطاة، ثم نضيفها إلى العناصر عند التقاطع بين الخطوط:

	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Campaign D	Campaign E
Alice	0	2	0	2	6
Bob	0	2	0	2	6
Charlie	2	0	2	0	8
Diana	2	0	2	0	0
Eve	2	0	2	0	0

الخطوة السادسة بتحديد التخصيص الأمثل

نحدد التخصيص الأمثل بحيث يكون هناك صفر واحد فقط في كل صف وعمود:

	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Campaign D	Campaign E
Alice	8	6	9	7	5
Bob	7	5	8	6	4
Charlie	6	8	7	9	3
Diana	5	7	6	8	10
Eve	4	6	5	7	9

	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Campaign D	Campaign E	Assignment
Alice	~~0~~	2	0	2	6	Alice → Campaign C
Bob	0	2	~~0~~	2	6	Bob → Campaign A
Charlie	2	~~0~~	2	0	8	Charlie → Campaign D
Diana	2	~~0~~	2	~~0~~	0	Diana → Campaign E
Eve	2	0	2	~~0~~	~~0~~	Eve → Campaign E

النتيجة النهائية:

- Alice → Campaign C (تفاعل = 9)
- Bob → Campaign A (تفاعل = 7)
- Charlie → Campaign D (تفاعل = 9)
- Diana → Campaign E (تفاعل = 10)
- Eve → Campaign D (تفاعل = 6)

إجمالي التفاعل:

$$9 + 7 + 8 + 10 + 7 = \boxed{41}$$

دراسة حالة :تخصيص الإعلانات على المنصات الرقمية

المشكلة:

تريد شركة إعلانية تخصيص 5 إعلانات لـ 5 منصات رقمية) مثلGoogle Ads، Facebook Ads، Instagram Ads ، Twitter Ads، و (LinkedIn Adsبهدف تعظيم **العائد على الاستثمار** .**(ROI)** كل إعلان لديه معدل عائد مختلف على كل منصة .الهدف هو تحديد أفضل تخصيص لتحقيق أعلى مجموع للعائد.

بيانات المسألة:

المصفوفة أدناه تمثل معدلات العائد على الاستثمار (بالنسبة المئوية) لكل إعلان على كل منصة:

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads
Ad 1	7	8	6	9	5
Ad 2	6	7	8	5	4
Ad 3	5	9	7	6	3
Ad 4	4	6	5	8	10
Ad 5	3	5	4	7	9

المطلوب: تحديد التخصيص الأمثل.

الحل

الخطوة الأولى :تحويل المسألة إلى مسألة تقليل

لأن هدفنا هو تعظيم العائد، نقوم بتحويل المسألة إلى مسألة تقليل باستخدام مفهوم **تكاليف الفرص** .يتم ذلك عن طريق طرح كل قيمة في المصفوفة من القيمة القصوى:(10)

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads
Ad 1	3	2	4	1	5
Ad 2	4	3	2	5	6
Ad 3	5	1	3	4	7
Ad 4	6	4	5	2	0
Ad 5	7	5	6	3	1

الخطوة الثانية :خفض الصفوف

نطرح أصغر قيمة في كل صف من جميع عناصر الصف:

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads
Ad 1	2	1	3	0	4
Ad 2	2	1	0	3	4
Ad 3	4	0	2	3	6
Ad 4	6	4	5	2	0
Ad 5	6	4	5	2	0

الخطوة الثالثة :خفض الأعمدة

نطرح أصغر قيمة في كل عمود من جميع عناصر العمود:

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads
Ad 1	0	1	3	0	4
Ad 2	0	1	0	3	4
Ad 3	2	0	2	3	6
Ad 4	4	4	5	2	0
Ad 5	4	4	5	2	0

الخطوة الرابعة :تغطية الأصفار بخطوط

نحاول تغطية جميع الأصفار باستخدام الحد الأدنى من الخطوط:

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads
Ad 1	0	1	3	0	4
Ad 2	0	1	0	3	4
Ad 3	2	0	2	3	6
Ad 4	4	4	5	2	0
Ad 5	4	4	5	2	0

- خط أفقي على الصف الأول.
- خط أفقي على الصف الثاني.
- خط أفقي على الصف الثالث.
- خط رأسي على العمود الخامس.

عدد الخطوط (5 > 4 = عدد الوكلاء)، لذلك نحتاج إلى تعديل المصفوفة.

الخطوة الخامسة :تعديل المصفوفة

نحسب أصغر قيمة غير مغطاة (2) ونطرحها من جميع العناصر غير المغطاة، ثم نضيفها إلى العناصر عند التقاطع بين الخطوط:

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads
Ad 1	7	8	6	9	5
Ad 2	6	7	8	5	4
Ad 3	5	9	7	6	3
Ad 4	4	6	5	8	10
Ad 5	3	5	4	7	9

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads
Ad 1	**0**	1	3	0	6

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads
Ad 2	0	1	0	3	6
Ad 3	2	0	2	3	8
Ad 4	2	2	3	0	0
Ad 5	2	2	3	0	0

الخطوة السادسة: تحديد التخصيص الأمثل

نحدد التخصيص الأمثل بحيث يكون هناك صفر واحد فقط في كل صف وعمود:

	Google Ads	Facebook Ads	Instagram Ads	Twitter Ads	LinkedIn Ads	Assignment
Ad 1	0	1	3	0	6	Ad 1 → Google Ads
Ad 2	0	1	0	3	6	Ad 2 → Instagram Ads
Ad 3	2	0	2	3	8	Ad 3 → Facebook Ads
Ad 4	2	2	3	0	0	Ad 4 → LinkedIn Ads
Ad 5	2	2	3	0	0	Ad 5 → Twitter Ads

النتيجة النهائية:

- Ad 1 → Google Ads (ROI = 7%)
- Ad 2 → Instagram Ads (ROI = 8%)
- Ad 3 → Facebook Ads (ROI = 9%)
- Ad 4 → LinkedIn Ads (ROI = 10%)
- Ad 5 → Twitter Ads (ROI = 7%)

إجمالي العائد على الاستثمار:

$$7 + 8 + 9 + 10 + 7 = \boxed{41\%}$$

تمرين 3: تخصيص المنتجات للمناطق لتحقيق أقصى مبيعات

المشكلة:

شركة إنتاج ترغب في تخصيص 5 منتجات (P1-P5) إلى 5 مناطق (R1-R5) لتحقيق أقصى مبيعات ممكنة . كل منتج لديه معدل مبيعات مختلف في كل منطقة. الهدف هو تحديد التخصيص الأمثل.

بيانات المسألة:

المصفوفة التالية تمثل مبيعات المنتجات (بالآلاف) في المناطق:

	R1	R2	R3	R4	R5
P1	13	11	14	12	10
P2	12	10	13	10	9
P3	11	13	12	14	8
P4	10	12	11	13	15
P5	9	11	10	12	14

حل المسألة

المطلوب :تخصيص 5 منتجات (P1-P5) إلى 5 مناطق (R1-R5) لتحقيق **أقصى مبيعات**.

الخطوة 1: تحويل المسألة إلى مسألة تقليل

نطرح كل قيمة من القيمة القصوى (15) في المصفوفة:

	R1	R2	R3	R4	R5
P1	2	4	1	3	5
P2	3	5	2	5	6
P3	4	2	3	1	7
P4	5	3	4	2	0
P5	6	4	5	3	1

الخطوة 2: تخصيص الصفوف

نحسب أصغر قيمة في كل صف ونطرحها من جميع عناصر الصف:

	R1	R2	R3	R4	R5
P1	1	3	0	2	4
P2	1	3	0	3	4
P3	3	1	2	0	6
P4	5	3	4	2	0
P5	5	3	4	2	0

الخطوة 3: تخصيص الأعمدة

نحسب أصغر قيمة في كل عمود ونطرحها من جميع عناصر العمود:

	R1	R2	R3	R4	R5
P1	0	2	0	2	4
P2	0	2	0	3	4
P3	2	0	2	0	6
P4	4	2	4	2	0
P5	4	2	4	2	0

الخطوة 4: تغطية الأصفار بخطوط

نحاول تغطية جميع الأصفار باستخدام الحد الأدنى من الخطوط:

- **الصف** ← **1** خط أفقي.
- **الصف** ← **2** خط أفقي.
- **الصف** ← **3** خط أفقي.
- **العمود** ← **5** خط عمودي.

عدد الخطوط (5 > 4 = عدد الوكلاء)، لذلك نحتاج إلى تعديل المصفوفة.

الخطوة 5: تعديل المصفوفة

نحسب أصغر قيمة **غير مغطاة** (2) ونقوم:

1. **طرح 2 من جميع العناصر غير المغطاة.**
2. **إضافة 2 إلى العناصر عند تقاطع الخطوط.**

المصفوفة بعد التعديل:

	R1	R2	R3	R4	R5
P1	0	2	0	0	6
P2	0	2	0	1	6
P3	2	0	2	0	8
P4	2	0	2	0	0
P5	2	0	2	0	0

الخطوة 6: تحديد **التخصيص الأمثل** (الأصفار باللون الأحمر)

	R1	R2	R3	R4	R5
P1	0	2	0	0	6
P2	0	2	0	1	6
P3	2	0	2	0	8
P4	2	0	2	0	0

	R1	R2	R3	R4	R5
P5	2	0	2	0	0

- **P1 → R3** (مبيعات = 14)
- **P2 → R1** (مبيعات = 12)
- **P3 → R4** (مبيعات = 14)
- **P4 → R5** (مبيعات = 15)
- **P5 → R2** (مبيعات = 11)

الخطوة 7: حساب المبيعات الإجمالية

$$14 + 12 + 14 + 15 + 11 = 66 \text{ ألف}$$

الإجابة النهائية:

التخصيص الأمثل لتحقيق أقصى مبيعات (**66,000**) هو:

- **P1 → R3**
- **P2 → R1**
- **P3 → R4**
- **P4 → R5**
- **P5 → R2**

المبيعات الإجمالية = 66,000.