المحور الرابع: مشاكل (مسائل) التخصيص

1. مقدمة

تمثل **مشاكل التخصيص** أداة أساسية في مجالات التحسين التسويقي، حيث تهدف إلى تحقيق تخصيص فعال للمهام بين العناصر المختلفة مثل الموظفين، الحملات الإعلانية، أو الموارد المتاحة .تعتمد هذه المشاكل على مفهوم تقابلي يسعى إلى تحقيق أفضل استخدام للموارد المتاحة بناءً على معطيات كمية محددة .يمكن تعريف مشكلة التخصيص بأنها عملية تعيين مجموعة من الوكلاء (agents) إلى مجموعة من المهام (tasks) بطريقة تحقق هدفًا معينًا، سواء كان هذا الهدف هو تقليل التكاليف أو زيادة الإيرادات.

في سياق التسويق، تظهر أهمية مشاكل التخصيص بشكل واضح في العديد من التطبيقات العملية .على سبيل المثال، يمكن استخدام هذه النماذج لتحديد كيفية توزيع المناطق التجارية على موظفي المبيعات بطريقة تقلل من تكاليف التنقل وتزيد من الكفاءة التشغيلية .كما يمكن تطبيقها في تخصيص الإعلانات على المنصات الرقمية لتحقيق أكبر عائد استثماري ممكن . بالإضافة إلى ذلك، تلعب مشاكل التخصيص دورًا حاسمًا في توزيع الموارد المالية والبشرية داخل المؤسسات.

2. الإطار النظري

1.2. التعريف وأنواع مشاكل التخصيص

يمكن تصنيف مشاكل التخصيص إلى نوعين رئيسيين :**المتوازنة** و**غير المتوازنة** .في المشاكل المتوازنة، يكون عدد الوكلاء مساويًا لعدد المهام، مما يؤدي إلى مصفوفة تكلفة مربعة .أما في المشاكل غير المتوازنة، فإن عدد الوكلاء لا يساوي عدد المهام، وبالتالي يتم تمثيلها بمصفوفة مستطيلة.

بالإضافة إلى ذلك، يمكن أن تكون مشاكل التخصيص إما **مسائل تقليل** أو **مسائل تعظيم** .في حالة المسائل التقليلية، الهدف هو تقليل التكلفة الكلية للتخصيص .أما في حالة المسائل التعظيمية، فيتم تحويل المشكلة إلى مسألة تقليل باستخدام مفهوم **تكاليف الفرص**، حيث يتم احتساب الفرق بين أعلى قيمة وأدنى قيمة لكل عنصر في المصفوفة.

2.2. الصياغة الرياضية

المتغيرات:

- $x_{ij} \in \{0,1\}$:متغير قرار يمثل ما إذا كان الوكيل i قد تم تخصيصه للمهمة j (حيث $x_{ij} = 1$ إذا تم التخصيص، و$x_{ij} = 0$ إذا لم يتم).

الدالة الهدف:

$$\text{Minimize} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}$$

حيث c_{ij} هو تكلفة تخصيص الوكيل i للمهمةj .

القيود:

- يجب تخصيص كل وكيل إلى مهمة واحدة فقط:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \forall i$$

- يجب تخصيص كل مهمة إلى وكيل واحد فقط:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \forall j$$

3. طرق الحل

1.3 الخوارزمية المجرية (Hungarian Algorithm)

تعتبر خوارزمية المجرّدين واحدة من أشهر الأساليب لحل مشاكل التخصيص .تتبع الخوارزمية خطوات متتابعة لتحويل المصفوفة الأصلية إلى شكل مبسط يسهل فيه تحديد الحل الأمثل.

الخطوات:

1. **خفض الصفوف**: طرح أصغر قيمة في كل صف من جميع عناصر الصف.
2. **خفض الأعمدة**: طرح أصغر قيمة في كل عمود من جميع عناصر العمود.
3. **تغطية الأصفار بخطوط أفقية ورأسية**: تحديد الحد الأدنى من الخطوط اللازمة لتغطية جميع الأصفار.
4. **تعديل المصفوفة**: إذا كانت عدد الخطوط أقل منn ، يتم تعديل المصفوفة عن طريق طرح أصغر قيمة غير مغطاة وإضافة نفس القيمة إلى النقاط التقاطعية.

العلاقات الإحصائية:

- $c_{ij} - \min(\text{row}_i)$
- $c_{ij} - \min(\text{column}_j)$

مثال:

Step	Task 1	Task 2	Task 3
Initial	10	15	20
Row Reduction	0	5	10
Column Reduction	0	0	5
Final Assignment	Agent 1 → Task 1	Agent 2 → Task 2	Agent 3 → Task 3

2.3 خوارزمية المزاد(Auction Algorithm)

تعتمد خوارزمية المزاد على فكرة المزايدة، حيث يقوم الوكلاء بتقديم عروض على المهام بناءً على أسعار محددة .يتم تحديث الأسعار حتى يتم تخصيص جميع المهام.

الخطوات:

1. **تهيئة الأسعار والمزايدات**: يتم تحديد أسعار أولية لكل مهمة.
2. **الدورات التكرارية**: في كل دورة، يقدم كل وكيل مزايدة على المهمة ذات أعلى قيمة له.
3. **تحديث الأسعار**: يتم تعديل الأسعار بناءً على العروض المقدمة.

مثال:

Iteration	Task 1 Price	Task 2 Price	Task 3 Price	Assignments
Initial	0	0	0	None
Iteration 1	8	5	7	Agent 1 → Task 1
Iteration 2	10	6	9	Agent 2 → Task 3

3.3 نموذج البرمجة الخطية

يمكن صياغة مشاكل التخصيص كنموذج برمجة خطية باستخدام طريقة البسيطة .(Simplex Method) تعتمد هذه الطريقة على تحديد الحل الأمثل باستخدام المتغيرات الثنائية. x_{ij}

مبدأ التكافؤ :(Duality)

- المتغيرات dual توفر معلومات حول التكلفة الفرصة لكل وكيل/مهمة.

4. أمثلة عملية في التسويق

المثال الأول :تخصيص مناطق المبيعات

Region	Salesperson A	Salesperson B	Salesperson C	Assignment
North	10	15	20	Salesperson A → North
South	12	10	14	Salesperson B → South

المثال الثاني: إعلانية حملة

Ad Slot	Campaign X Profit	Campaign Y Profit	Opportunity Cost	Assignment
Slot 1	8	6	2	Campaign X → Slot 1

5. دراسة حالة: تحسين التسويق عبر المؤثرين

المشكلة :

تخصيص 5 مؤثرين لـ 5 حملات تسويقية بهدف تعظيم التفاعل.

Influencer	Campaign A	Campaign B	Campaign C	Assignment
Alice	8	6	9	Campaign C
Bob	7	5	8	Campaign A

6. أدوات البرمجيات

- **Excel Solver**: يوفر واجهة سهلة الاستخدام لحل مشاكل التخصيص.
- **Python (SciPy)** وظيفة `linear_sum_assignment`
- **R**حزمة `lpSolve`