Chapitre 4 : Dynamique des fluides réels incompressibles

4.1. Ecoulement laminaire et turbulent

La science de la turbulence a commencé vers la fin du XIX^e siècle quand l'anglais Osborne Reynolds a pu observer la transition du régime laminaire au régime turbulent. Dans un tuyau, si l'eau passe lentement, on aura des filets bien réguliers c'est-à-dire un écoulement laminaire. Si cette eau va trop vite, il apparaît un très grand nombre de tourbillons et les pertes de charges dans le tuyau vont être très différentes.

4.1.1. Régimes d'écoulement

Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides. Il a été mis en évidence en 1883 par Osborne Reynolds. Il caractérise un écoulement, en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent).

Le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Ce nombre sans dimension apparaît naturellement en a dimensionnant les équations de Navier-Stokes. On le définit de la manière suivante :

$$\boxed{\mathbf{Re} = \frac{V.D.\rho}{\mu} = \frac{V.D}{\nu}} \tag{4.1}$$

Avec :

D : Diamètre intérieur de la conduite en (m)

V : Vitesse moyenne d'écoulement en (m/s)

ρ : Masse volumique du fluide en (kg/m^3)

μ : Viscosité dynamique en (Pa.s)

ν : Viscosité cinématique en (m^2/s)

En fonction des nombres de Reynolds croissants, on distingue quatre régimes principaux : régime de Stokes, régime laminaire, régime transitoire, régime turbulent.

L'écoulement de Stokes correspond aux très faibles valeurs du Reynolds (inférieures à 1). Dans ce cas les forces d'inertie liées aux vitesses étant négligeables, les forces visqueuses et les forces de pression s'équilibrent. Cette notion correspond au domaine de la micro fluidique. Pour des valeurs plus élevées, les forces d'inertie entrent en jeu : c'est le domaine de la dynamique des fluides.

On observe d'abord un écoulement laminaire avec des lignes de courant bien identifiées. Dans ce type d'écoulement l'effet de la viscosité s'atténue au fur et à mesure que l'on s'éloigne des parois, les vitesses du fluide tendant à s'homogénéiser. Il est alors souvent commode de considérer que l'approximation du fluide parfait (non visqueux) est suffisante hors d'une zone proche d'une paroi, appelée couche limite.

À partir d'un certain Reynolds se produit une transition qui fait apparaître des instabilités dues à l'amplification des perturbations. La valeur du Reynolds de transition et la nature des instabilités dépendent essentiellement du type d'écoulement considéré.

Ensuite, les instabilités augmentent au point de donner naissance à un phénomène chaotique dans lequel il est difficile de voir une organisation : c'est la turbulence

Soit un courant d'eau qui circule dans une conduite à section circulaire. On introduit un filet de colorant dans l'axe de cette conduite. Suivant la vitesse d'écoulement de l'eau, on peut observer les phénomènes suivants :

a) **Régime laminaire :** le fluide s'écoule en couches cylindriques coaxiales ayant pour axe le centre de la conduite.

b) **Régime transitoire :** c'est une transition entre le régime laminaire et le régime turbulent.

c) **Régime turbulent :** Formation de mouvement tourbillonnant dans le fluide. Cette expérience est faite par Reynolds en faisant varier le diamètre de la conduite, la température, le débit, etc… pour divers fluides.

- Si Re < 2000, le régime est Laminaire.
- Si Re > 3000, le régime est turbulent.
- Si $2000 < Re < 3000$, le régime est transitoire.

4.1.2. Signification physique du nombre de Reynolds «Re »

Le fluide est globalement soumis à 2 forces :

- Celle que subirait le fluide s'il était parfait :

$$F_{inertie} = m.a = \rho V.\frac{dv}{dt} \tag{4.2}$$

- Celle qui résulte des frottements

$$F_{frot} = \mu.S.\frac{dv}{dx} \tag{4.3}$$

- Le rapport de ces deux forces $\frac{F_{inertie}}{F_{frot}} = Re$ (4.4)

Ainsi, si Re est très grand, il y a prédominance des forces d'inertie, par contre, aux faibles valeurs, c'est la force de frottement qui domaine

La distribution des vitesses est une « parabole aplatie » :

$$0,75 \leq v_{moy} \leq 0,85.v_{max}$$

Les particules circulent dans toutes les directions (=aléatoire).

La variation de quantité de mouvement est prépondérante.

Au voisinage de la paroi, l'écoulement est laminaire : couche limite.

Le régime turbulent est le plus fréquemment rencontré : il est permanent en moyenne.

4.1.3. Théorème de BERNOULLI pour fluides réels

Lorsque le fluide est réel, la viscosité est non nulle, alors au cours du déplacement du fluide, les différentes couches frottent les unes contre les autres et contre la paroi qui n'est pas parfaitement lisse d'où il y a une perte sous forme de dégagement d'énergie ; cette perte appelée « perte de charge ».

La relation de Bernoulli peut s'écrire sous la forme :

$$z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + \Delta H_{1,2} \tag{4.5}$$

$\Delta H_{1,2}$: C'est l'ensemble des pertes de charge entre (1) et (2) exprimée en hauteur.

Les pertes de charge peuvent être exprimées en pression :

$$\Delta p_{1,2} = \rho . g . \Delta H_{1,2} \tag{4.6}$$

4.1.4. Ecoulement de Poiseuille

Nous adoptons les hypothèses simplificatrices suivantes :

Fluide incompressible

Ecoulement laminaire

Symétrie de révolution autour de l'axe r = 0

Ecoulement permanent

Ecoulement induit par gradient de pression constant ΔP établi entre l'entrée et la sortie de la conduite de longueur L.

4. 1.5. Répartition des vitesses à l'intérieur d'une conduite

Soit l'axe (ox) confondu avec l'axe d'une conduite de diamètre $D=2r_0$, (oy) et (oz) sont quelconques perpendiculaire à (ox). Figure (4.5)

L'écoulement étant laminaire, les lignes de courant sont, par raison de symétrie parallèle à (ox). Les composantes v et w de la vitesse sont nulles : v = w =0 ; ainsi l'écoulement étant aussi stationnaire.

Par suite la répartition de la vitesse à l'intérieur du cylindre est donnée par l'expression suivante :

$$\boxed{u(r) = \frac{a}{4\mu}\left(R^2 - r^2\right)}$$

En posant r = o on trouve

$$\boxed{u = \frac{aR^2}{4\mu} = u_{max}} \tag{4.7}$$

Expression qui représente un paraboloïde de révolution ayant son sommet sur l'axe De la conduite. Figure (4.6).

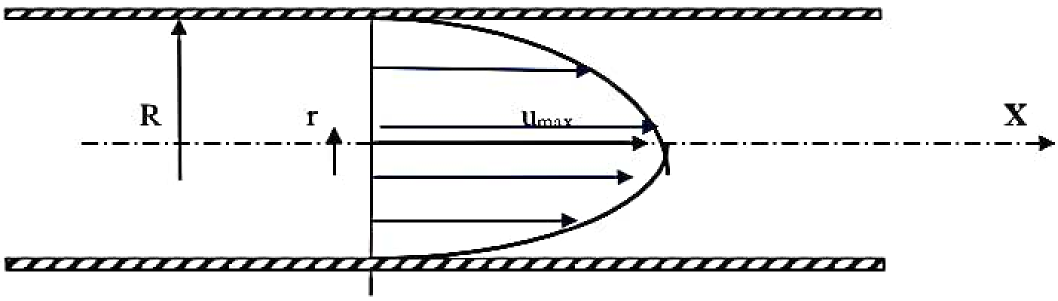

Figure (4.5) : Répartition des vitesses dans la conduite.

De même on peut déterminer la répartition des pressions le long du tube :

On a $$\frac{dPm}{dx} = -a \qquad (4.8)$$

Soit : $p^*(x) = -ax + p_0^*$

p_0^* : Étant une constante d'intégration.

La pression motrice décroît donc linéairement le long du tube, tout en restant constante dans une même section droite.

On peut écrire : $p_1^* - p_2^* = aL$

L : La distance entre les deux points 1et 2 sur lesquels s'exerce la pression

$\Delta p_m = p_{m1} - p_{m2}$ est la différence de pression motrice entre l'entrée et la sortie.

Ou encore : $$a = \frac{\Delta P_m}{L} \qquad (4.9)$$

4.1.6. Calcul du débit volumique:

Le débit du fluide est donné par l'intégrale (débit en volume)

$$q_v = \int_0^R 2\pi r u(r) dr = \frac{2\pi a}{4\mu} \int_0^R r(R^2 - r^2) dr = \frac{\pi a R^4}{8\mu} = \frac{\pi a D^4}{128\mu}$$

En remplaçant a par sa valeur $a = \frac{\Delta p_m}{L}$, il vient :

$$\boxed{q_v = \frac{\pi R^4}{8\mu L} \Delta P_m = \frac{\pi D^4}{128\mu L} \Delta P_m} \qquad (4.10)$$

Cette dernière formule traduit la loi de Hagen Poiseuille : le débit est proportionnel à la différence des pressions motrices appliquées aux extrémités du tube, et à la puissance 4 de son diamètre.

4.1.7. Vitesse débitante (vitesse moyenne):

La vitesse débitante est par définition la vitesse moyenne calculée sur la section droite,

c'est donc : $$u_{moy} = \frac{q_v}{S} = \frac{1}{\pi R^2}\frac{\pi a R^4}{8\mu}$$

Soit : $$\boxed{u_{moy} = \frac{aR^2}{8\mu} = \frac{u_{\max}}{2}} \qquad (4.11)$$

La vitesse maximale de l'écoulement laminaire dans un tube circulaire est exactement le double de la vitesse débitante.

4.1.9. Coefficient de perte de charge

Dans le cas de l'écoulement permanent d'un fluide dans une conduite cylindrique la perte de pression motrice est proportionnelle à la longueur de la conduite considérée. Il est donc naturel d'introduire un coefficient de perte de pression linéique tel que λ.

Des considérations dimensionnelles amènent à écrire la différence de pression traduisant la perte de charge dans une conduite cylindrique sous la forme générale :

$$\Delta P_m / L = \lambda \frac{1}{D} \rho \frac{u_m^2}{2} \qquad (4.12)$$

λ : est un coefficient sans dimension, appelé coefficient de perte de charge linéaire.

4.1.10. Pertes de charge

Elles dépendent de :

- La viscosité du fluide.
- La nature de l’écoulement.
- La géométrie de la conduite.