المحور الثاني: تبويب وعرض البيانات الإحصائية

1- تنظيم وعرض البيانات النوعية (المتغير الوصفي)

1.1. باستخدام الجداول التكرارية:

يتكون الجدول التكراري عادة من عمودين فأكثر، يضم الجدول التكراري في أبسط أشكاله عمودين حيث يشمل العمود الأول الصفات المختلفة للمتغير النوعي ونرمز له ب (x_i) في حين يضم العمود الثاني عدد مرات تكرار الصفة ونرمز له ب (Fi) كما هو موضح أدناه. ويسمى بالجدول التكراري البسيط

المتغير (x_i)	التكرار المطلق (Fi)
X1	F1
X2	F2
.	.
.	.
xn	Fn

يمكن أن يحتوي الجدول التكراري على التكرار النسبي (P) حيث $P= Fi/\sum F$ ، والتكرار النسبي المئوي $P\% = P * 100$.

مثال: لدينا البيانات التالية تمثل انضمام 25 طالب من معهد النشاطات البدنية لنوادي رياضية متنوعة كالتالي: كرة قدم، جودو، تنس، كرة قدم، كرة قدم، سباحة، جودو، كرة قدم، سباحة، جودو ، كرة سلة، كرة سلة، سباحة، سباحة، كرة قدم، كاراتيه، كرة قدم، كارتيه، سباحة، كرة قدم، كاراتيه، جودو، جودو، كرة قدم، كرة قدم

المطلوب: – ما هو نوع المتغير

- قم بعرض البيانات في شكل جدول تكراري
- كون التوزيع التكراري النسبي
- علق على الجدول

الحل:

أولا نقوم بإنشاء جدول تفريغ البيانات ثم الجدول التكراري

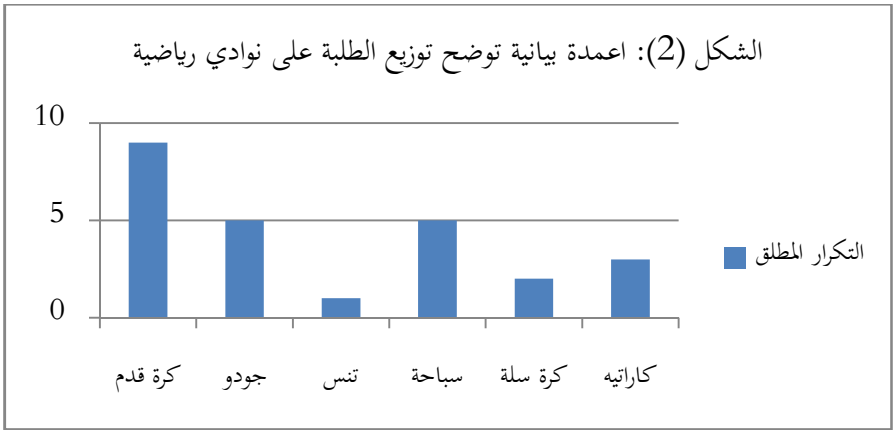
المتغير (x_i)	التكرار المطلق (Fi)	P	%P
كرة قدم	9	0.36	36
جودو	5	0.2	20
تنس	1	0.04	4
سباحة	5	0.2	20

كرة سلة	2	0.08	8
كاراتيه	3	0.12	12
المجموع	25	1	100

2.1. استخدام التمثيلات البيانية:

الأعمدة البسيطة: هي عبارة عن أشرطة عمودية تمثل قاعدة كل عمود صفة من صفات المتغير الكيفي (أو احد قيم المتغير الكمي) بينما ارتفاعه هو عدد التكرارات المقابلة له وينبغي أن تكون الأعمدة متساوية العرض وكذا متساوية المسافة بين الأعمدة.

مثال: باستخدام نفس المثال نقوم بإنشاء أعمدة بيانية.



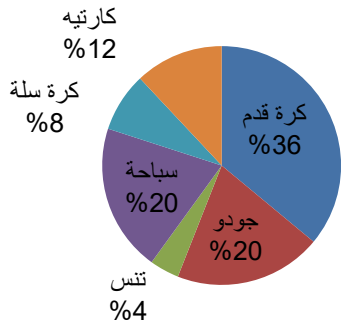
العرض الدائري: لعرض بيانات المتغير الوصفي في شكل دائرة، يتم توزيع ال 360° درجة حسب التكرار النسبي لمجموعات المتغير، حيث تحدد درجات الزاوية الخاصة بالمجموعة i بتطبيق المعادلة التالية:

التكرار النسبي للمجموعة × 360° = مقدار الزاوية أو نحول النسب المئوية للتكرار النسبي إلى درجات زاوية بتطبيق المعادلة : التكرار المئوي للمجموعة i × 100/360 = مقدار الزاوية

مثال: تطبيق العرض الدائري على المثال السابق

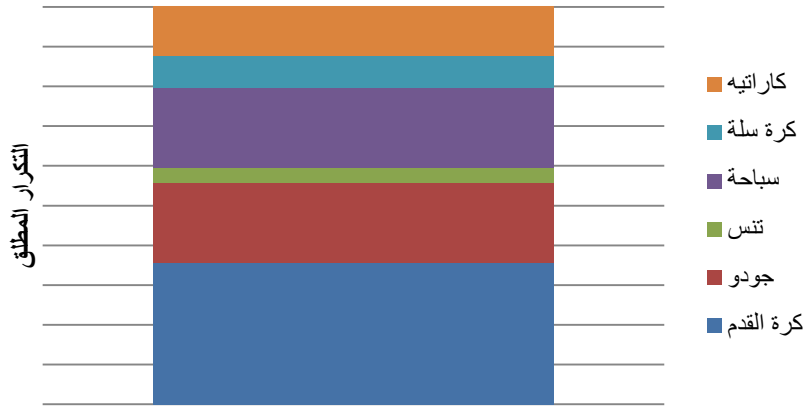
المتغير (x_i)	التكرار المطلق (Fi)	P	مقدار الزاوية
كرة قدم	9	0.36	129.6
جودو	5	0.2	72
تنس	1	0.04	14.4
سباحة	5	0.2	72
كرة سلة	2	0.08	28.8
كاراتيه	3	0.12	43.2
المجموع	25	1	360

الشكل (3): دائرة بيانية توضح توزيع الطلبة على النوادي الرياضية



العمود المجزأ: هو عبارة عن عمود واحد يتم تمثيل عدد التكرارات لكل مجموعات المتغير عليه.

الشكل (04): عمود مجزأ يوضح توزيع الطلبة حسب النوادي الرياضية



2- تنظيم وعرض البيانات الكمية

1.2. في حالة متغير كمي منفصل: و يقصد بالمتغير الكمي المنفصل المتغير الذي تأخذ بياناته قيم عددية صحيحة مثل عدد الأفراد، عدد السيارات،عدد المؤسسات إلى آخره

❖ تبويب البيانات في شكل جدول توزيع تكراري بسيط: بنفس طريقة تبويب المتغير الكيفي في الجدول التكراري البسيط يتم تبويب المتغير الكمي.

مثال: لدينا علامات تحصل عليها 30 طالب في مقياس الإحصاء الوصفي شعبة التدريب الرياضي كما يلي:

10 12 15 11 10 12 16 10 13 11 09 14 09 09 13

10 08 11 15 12 13 11 14 10 11 13 12 09 13 13

والمطلوب تبويب هذه البيانات في جدول توزيع تكراري بسيط

الحل: يتم ترتيب البيانات تصاعديا ودون تكرار ووضعها في العمود الأول الذي يمثل قيم المتغير، وفي العمود الثاني نضع تكرار كل قيمة. بنفس طريقة الجدول التكراري البسيط للمتغير النوعي.

❖ جدول التكرارات التجميعية: تساعد هذه التكرارات في معرفة المفردات التي تزيد أو تقل عن قيمة معينة وتحسب بتجميع التكرارات المطلقة أو النسبية. وهناك نوعين من التكرارات التجميعية

- التكرار المتجمع الصاعد: يقصد به مجموع القيم أو المشاهدات التي تقل قيمهم الإحصائية عن القيمة المقابلة ويرمز له ب ↑Ni، في حساب التكرار المتجمع الصاعد نبدأ من أعلى الجدول إلى أسفله ونقوم بتجميع التكرارات.
- التكرار المتجمع النازل: يمثل مجموع القيم أو المشاهدات التي تزيد قيمهم الإحصائية عن القيمة المقابلة ويرمز له ب↓ Ni ، في حساب هذا التكرار نبدأ من أسفل الجدول ونجمع التكرارات.

باستخدام المثال السابق نقوم بإيجاد التكرار المجمع الصاعد والنازل

المتغير	التكرار المطلق	Ni↑	Ni ↓
08	1	1	30
09	4	5	29
10	5	10	25
11	5	15	20
12	4	19	15
13	6	25	11
14	2	27	5
15	2	29	3
16	1	30	1
المجموع	30	/	/

N4↑= 15 :هناك 15 طالب من بين 30 علاماتهم في مقياس الإحصاء تساوي أو تقل عن 11

N4↓= 20 : هناك 20 طالب من بين 30 علاماتهم في مقياس الإحصاء اكبر من أو تساوي 11

❖ تبويب البيانات في جدول تكراري ذو فئات

تستخدم الفئات في حالة كون حجم قيم المتغير الكمي(متصل أو منفصل) كبير، وبالتالي يجب تجميع البيانات في شكل فئات متساوية الطول. لتحقيق ذلك يجب تحديد العناصر التالية:

- المدى (Range) = اكبر قيمة X max – اصغر قيمة Xmin
- عدد الفئات (Classes)، هناك عدة اعتبارات لتحديد عدد الفئات منها رأي الباحث، حجم البيانات والغرض من الدراسة .

و يمكن تحديد عدد الفئات باستخدام قانون sturges حيث:

$$C = 1+3.3\times\log(N)$$

- طول الفئة L = المدى / عدد الفئات

نبدأ بتحديد الفئة الأولى التي تبدأ بأقل قيمة وهي الحد الأدنى، ثم الحد الأعلى للفئة الأولى وهو الحد الأدنى مضاف له طول الفئة. ونكمل تحديد باقي الفئات بنفس الطريقة.

مثال: المعطيات التالية تمثل عدد الأهداف التي سجلها 60 لاعب من مختلف دول العالم في المباريات الرسمية:

54 67 61 53 62 50 51 64 56 49 62 62 71 55 50 65 60 70 69 66 56

68 72 68 57 69 59 70 61 48 64 49 59 60 54 58 61 54 60 52

75 49 53 58 56 50 66 70 69 67 74 58 68 52 59 64 67 58 61 60

-المطلوب: - قم بتبويب المعطيات في جدول التوزيع التكراري

- ما هي نسبة اللاعبين الذين قاموا بتسجيل 60 هدف فما فوق

- ارسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

الحل: عدد البيانات كبير وبالتالي يجب أن نقوم أولا بإيجاد الفئات:

$$R = 75-48 = 27$$ ،

$$C = 1+3.3^{*}\log(60) = 6.86 \cong 7$$

$$L = \frac{R}{C} = 27 \div 7 = 3.8 \cong 4$$

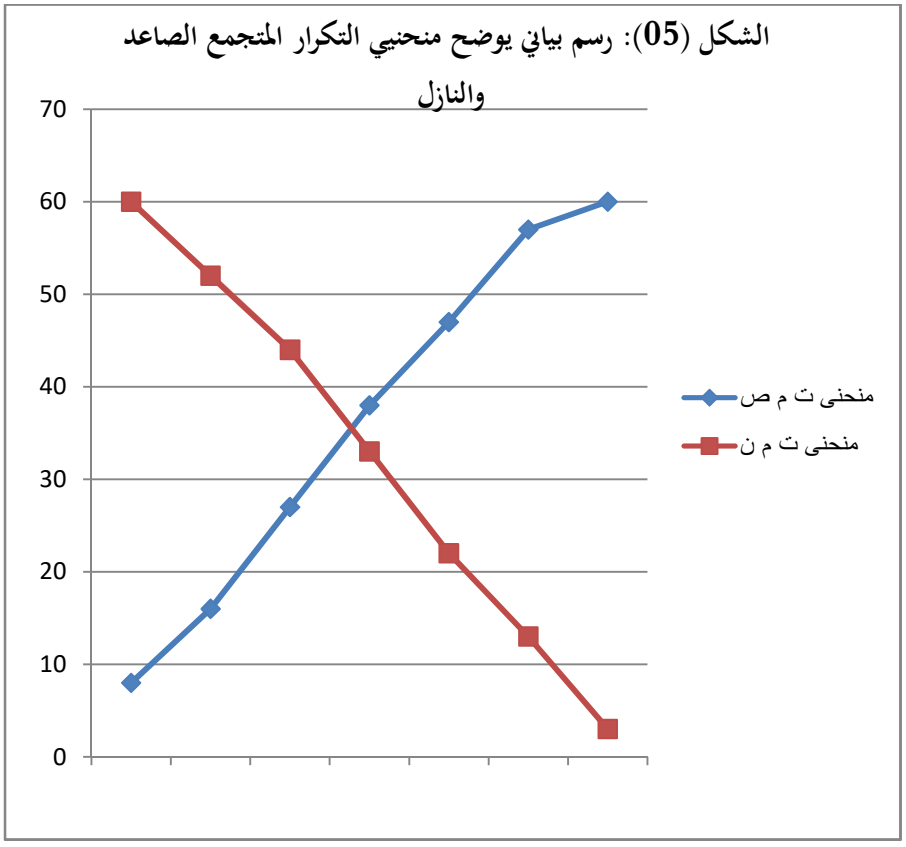
وبالتالي فإن الفئة الأولى من 48إلى اقل من 51 الفئة الثانية من 51 إلى اقل من 54 ونكمل بنفس الطريقة باقي الفئات.

فئات المتغير	Fi	Pi	Pi %	**Ni↑**	**Ni↓**	Pi↑ %	Pi↓ %
[48، 52[	8	0.133	13.3	8	60	13.3	100
[52، 56[	8	0.133	13.3	16	52	26.6	86.7
[56، 60[	11	0.183	18.3	27	44	44.9	73.4
[60، 64[	11	0.183	18.3	38	33	63.2	55.1
[64، 68[	9	0.15	15	47	22	78.2	36.8
[68، 72[	10	0.166	16.6	57	13	94.8	21.8
[72، 76[	3	0.05	5	60	3	99.8	5.2
المجموع	60	1	100	/	/	/	/

- نسبة اللاعبين الذين سجلوا 60 هدف أو أكثر هو 55.1 %

- ❖ طريقة الرسومات البيانية : في المتغير الكمي المنفصل نستخدم نفس الرسوم البيانية المستخدمة في المتغير النوعي وهي الدائرة النسبية والأعمدة البسيطة. (سبق التطرق لها)
- ❖ التمثيل البياني للتكرار المتجمع الصاعد والنازل: لرسم منحى التكرار المتجمع الصاعد تمثل الإحداثيات كل من القيم العليا للفئات كفواصل و التكرار المتجمع الصاعد المطلق أو النسبي في محور التراتيب، بينما في رسم منحنى التكرار المتجمع النازل نستخدم القيم الدنيا للفئات كفواصل. ويمكن توضيح شكل المنحنيين باستخدام معطيات المثال السابق.

الشكل (05): رسم بياني يوضح منحنيي التكرار المتجمع الصاعد والنازل



ملاحظة: نقطة تقاطع منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل تمثل الوسيط بين عناصر المتغير (X).

2.2. في حالة متغير كمي متصل (مستمر): يقصد بالمتغير الكمي المتصل أو المستمر هو المتغير الذي يمكن أن يأخذ أي قيمة على سلم القياس (على مدى عددي معين) فهو يمكن أن يأخذ شكل عدد عشري.

- ❖ جدول التوزيع التكراري للمتغير الكمي المتصل:

مثال: **لدينا البيانات التالية تمثل المبيعات اليومية لأحد محلات بيع المستلزمات الرياضية بالألف دينار جزائري** خلال ثلاثة أشهر.

المطلوب:

- أنشئ جدول التوزيع التكراري بافتراض أن عدد الفئات هو 5
- كم هو عدد الأيام التي تكون فيها المبيعات اقل من 60 ألف دينار؛
- كم هي نسبة الأيام التي لا يقل فيها حجم المبيعات عن 80 ألف دينار؛
- مثل معطيات جدول التوزيع التكراري باستخدام مدرج ثم مضلع تكراري.

26.9	77.8	14.9	33	46.3	71.5	46	7.9	64.5	87.8
33.7	27	71.8	33.8	59.1	28.8	80.2	81.3	43.7	41.6
7.1	64	58.3	37.9	72.2	79.9	54.3	89.7	61.3	21.5
70.1	67	15.5	2.2	28.6	31.7	4.9	26.8	99.2	0.3
10.5	28.3	99.3	14.1	47	98.1	20.3	44.2	21.7	66.3
3.2	6.2	67	39.6	39.2	62.3	21.9	72.2	67.5	64
93.7	51	40	20.2	73.9	18.2	25.4	24.5	67.3	16.4
25.4	35.9	26.5	83.1	88	37.8	19.1	80	45.4	73.8
73.9	63.8	54.2	23.2	53	52.3	63.6	46.2	24.9	55.6

الحل:

- نقوم أولا بتحديد الفئات وهذا باعتبار أن عدد الفئات هو $C= 5$، $R= 99.3 - 0.3 = 99$.

$L= (99 + 1)/5 = 20$. اقل قيمة هي 0.3 وهي قريبة ل0 وبالتالي تكون الفئة الأولى محصورة بين 0 إلى أقل من 20. **باقي الفئات موضحة في جدول التوزيع التكراري** التالي:

فئات المتغير	Fi	Pi %	**Ni↑**	**Ni ↓**	Pi↑ %	Pi↓ %
[0، 20[	14	15.56	14	90	15.56	100
[20، 40[	26	28.89	60	76	44.45	84.44
[40، 60[	17	18.89	57	50	63.34	55.55
[60،80]	22	24.44	79	33	87.78	36.66
[80، 100]	11	12.22	90	11	100	12.22
المجموع	90	100	/	/	/	/

- عدد الأيام التي يكون فيها قيمة المبيعات اقل من 60 ألف دينار هو 57 يوم
- نسبة الأيام التي لا تقل فيها قيمة المبيعات عن 80 ألف دينار هو 12.22 % من إجمالي عدد الأيام

❖ التمثيل البياني للمتغير الكمي المتصل:

- المدرج التكراري: يستخدم المدرج التكراري في حالة متغير كمي متصل، عندما تكون الفئات متساوية فيمكننا رسم أعمدة المدرج بحيث تكون قاعدة كل عمود هي طول الفئة أما ارتفاعه فهو التكرار المطلق وينبغي أن تكون الأعمدة متلاصقة لان المتغير كمي متصل.
- المضلع التكراري: هو عبارة عن قطع مستقيمة إحداثياتها هي مركز الفئات في الفواصل و التكرار المقابل لها في محور التراتيب
- المنحنى البياني وهي نفس النقاط التي تشكل لنا المضلع التكراري إلا انه لا يكون منكسر وإنما منحني ويرسم باليد.

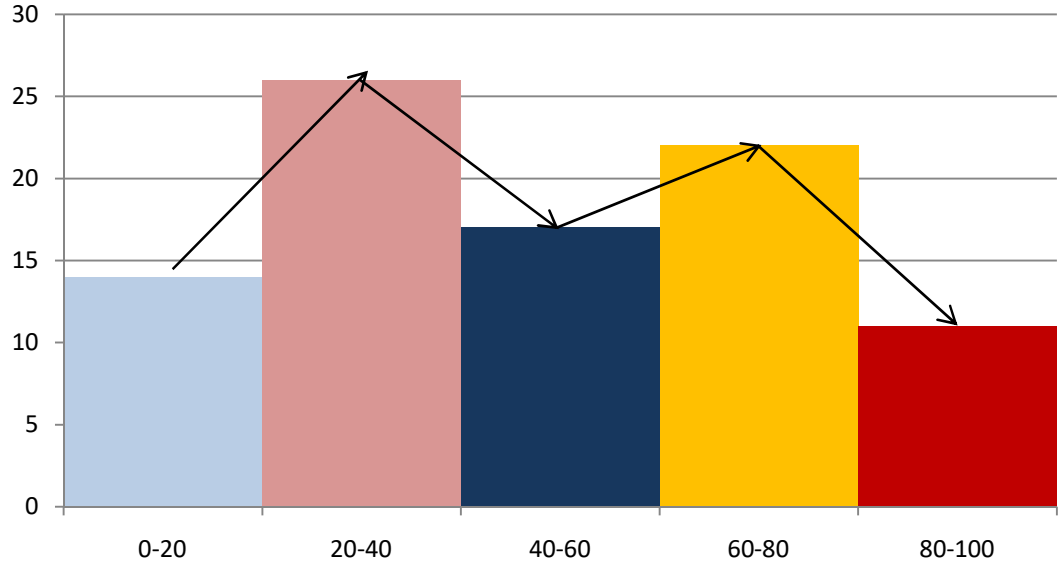
ملاحظة:

*مركز الفئة: هو القيمة الواقعة في منتصف المسافة بين الحد الأعلى والحد الأدنى للفئة، ويحسب بالطريقة التالية:

$$\text{مركز الفئة } (Ci) = \frac{\text{الحد الاعلى للفئة} + \text{الحد الادنى للفئة}}{2}$$

- تمثيل معطيات الجدول باستخدام مدرج ومضلع تكراري:

الشكل (06): مدرج ومضلع بياني يوضح مبيعات احد المحلات التجارية خلال 03 اشهر (بالالف دينار)



❖ المدرج التكراري في حالة الفئات غير المنتظمة:

في حالة الجداول التكرارية ذات الفئات غير المنتظمة تكون ارتفاعات أعمدة المدرج التكراري غير متناسبة مع التكرارات، لذلك يجب تعديل التكرار قبل رسم المدرج التكراري فيصبح التكرار المعدل متناسبا مع ارتفاع المستطيل الخاص بالفئة غير منتظمة الطول. وهناك طريقتين لتعديل التكرارات.

- **الطريقة الأولى**: تعديل تكرارات جميع الفئات سواء المنتظمة أو غير المنتظمة وذلك بقسمة التكرار الأصلي لكل فئة على طولها.

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{طول الفئة}} \qquad \text{أي} \qquad Fi^* = \frac{Fi}{Li}$$

- **الطريقة الثانية**: نقوم فيها بتعديل تكرار الفئات غير المنتظمة فقط، ويترك تكرار الفئات المنتظمة كما هو. ويتم تعديل التكرار وفق العلاقة:

$$\text{التكرار المعدل } Fi^* = \frac{\text{تكرار الفئة غير المنتظمة}}{\text{طول الفئة غير المنتظمة}} \times \text{طول الفئة المنتظمة (الشائع)}$$

مثال: لدينا جدول التوزيع التكراري التالي يبين توزيع الأجر الشهري لعينة من مئة عامل (بال1000 دج):

الأجر Xi	[25-20]	[35-25]	[40-35]	]55-40 [	]75-55 [	]80-75 [
التكرار Fi	5	15	20	25	30	5

المطلوب: مثل التوزيع التكراري بيانيا

الحل: بما أن فئات التوزيع التكراري غير منتظمة نقوم بتعديل التكرارات ونأخذ طول الفئة الشائع (L=5) كأساس لتعديل التكرارات وذلك باستخدام الطريقة الثانية.

Xi	Fi	Li	Fi*
[25-20]	5	5	5
[35-25]	15	10	7.5
[40-35]	20	5	20
[55-40]	25	15	8.33
[75-55]	30	20	7.5
]80-75 [	5	5	5
المجموع	100		

يتم رسم المدرج التكراري بالاعتماد على الفئات في محور الفواصل والتكرار المعدل في محور التراتيب.