حلول السلسلة الثالثة في الاقتصاد الكلي 2

التمرين (1):

1-لحساب معدل النمو الاقتصادي بين كل سنتين نستخدم القانون التالي :

$$\gamma_{PIB_{n./n+1}} = \frac{PIB_{n+1} - PIB_n}{PIB_n}$$

ومنه تكون النتائج كمايلي :

السنوات	PIB	$\gamma_{PIB_{n./n+1}} = \frac{PIB_{n+1} - PIB_n}{PIB_n}$
2000	1586.6	-
2001	1615.7	%1.83
2002	1630.7	%0.93
2003	1645.4	%0.90
2004	1687.2	%2.54
2005	1718	%1.83
2006	1760.4	%2.47
2007	1800.7	%2.29
2008	1799.2	%0.08-
2009	1750.1	%2.73-
2010	1776	%1.48
2011	1801.6	%1.44

2- يمكن حساب الناتج المحلي الإجمالي لسنة 2011، باستخدام الناتج المحلي الإجمالي لسنة 2006:

لدينا: $$PIB_{2011} = (1+\gamma_{PIB2010/2011})PIB_{2010}$$

$$PIB_{2010} = (1+\gamma_{PIB2009/2010})PIB_{2009}$$

$$PIB_{2011} = (1+\gamma_{PIB2010/2011})(1+\gamma_{PIB2009/2010})PIB_{2009}$$

وهكذا دوليك نصل إلى :

$$PIB_{2011} = PIB_{2006}.\prod_{i=2007}^{i=2011}(1+\gamma_{PIBi-1/i})$$

3- بتطبيق العلاقة السابقة نجد معدل النمو بين السنتين 2000-2011.

$$\gamma_{PIB2000/2011} = \frac{PIB_{2011} - PIB_{2000}}{PIB_{2000}} = \frac{1801.6 - 1586.6}{1586.6} = 13.55\%$$

ولحساب المعدل المتوسط للفترة (n.0) يتم تطبيق القانون التالي :

$$PIB_n = (1+\gamma_{AM})^n PIB_0$$

$$\gamma_{AM} = (1+\gamma_{0/n})^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$\gamma_{AM} = (1+0.1355)^{\frac{1}{11}} - 1 = 1.16\%$$

ومنه المعدل المتوسط للفترة 2000-2011: 1.16%.

التمرين (2):

1-نحن نعلم أن العلاقة العامة التي تربط بين الناتج المحلي الإجمالي خلال فترتين ومعدل النمو المتوسط هي :

$$x_{t+n} = (1+\gamma_{AM})^n x_t$$

وبتطبيق العلاقة السابقة يمكن إيجاد عدد السنوات اللازم للصين تحقيق نفس متوسط دخل الفرد من PIB في الولايات المتحدة الأمريكية:

$$PIB_{2008}^{USA} = (1+\gamma_{AM})^t PIB_{2008}^{chine}$$

$$\Rightarrow t = \frac{Ln\left(\frac{PIB_{2008}}{PIB_{2008}}\right)}{Ln(1+\gamma_{AM})} = \frac{Ln\left(\frac{31178}{6725}\right)}{Ln(1.0711)} \cong 23$$

ومنه يمكن القول أن الصين بحاجة إلى 23. سنة للوصول لتحقيق نفس متوسط دخل الفرد من PIB في الولايات المتحدة الأمريكية خلال سنة 2008.

2- الدخل المتوسط للفرد بالنسبة لفرنسا والولايات المتحدة الأمريكية خلال 23 سنة هو:

$$PIB_{2031}^{Fr} = (1+\gamma_{AM})^{23} PIB_{2008}^{Fr} = 22223.(1.0128)^{23} = 29774$$

3- إذ كانت زمبيا ترغب في مضاعفة متوسط دخل الفرد من PIB 10 مرات خلال الفترة 2008-2030، فان معدل النمو اللازم لذلك يحسب كمايلي :

$$PIB_{2030}^{Z} = 10.PIB_{2008}^{Z} = (1+\gamma_{AM})^{22} PIB_{2008}^{Z}$$

$$\Rightarrow 10 = (1+\gamma_{AM})^{22} \Rightarrow \gamma = 11.03\%$$

التمرين (3):

1-حساب معدل نمو الاقتصاد:

الشرط التوازني في الاقتصاد يتمثل في تساوي الاستثمار مع الادخار.

$$\left.\begin{array}{l} I_t = S_t \\ S_t = 0.40.Y_{t-1} \end{array}\right\} \Rightarrow I_t = 0.4.Y_{t-1} \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ولدينا من المعطيات :

$$K_t = 4.Y_t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$A_t = 0.05.K_{t-1} \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\Delta K_t = I_t - A_t \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

بتعويض (1) و (3) في (4) نجد:

$$\Delta K_t = 0.4.Y_{t-1} - 0.05.K_{t-1} = 0.4Y_{t-1} - 0.05(4.Y_{t-1})$$

$$\Delta K_t = 0.4Y_{t-1} - 0.2Y_{t-1} = 0.2.Y_{t-1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

من (2) نجد: $\Delta K_t = 4.\Delta Y_t \Rightarrow \Delta Y_t = \frac{\Delta K_t}{4}$.....(6)

بتعويض (5) في (6) نجد:

$$\Delta Y_t = \frac{0.2.Y_{t-1}}{4} \Rightarrow \Delta Y_t = 0.05Y_{t-1}$$

ومنه فان معدل النمو الاقتصاد يعادل 5%.

2- يمكن توضيح وضعية الاقتصاد للفترتين (1) و (2)، من خلال الجدول التالي :

t	K_{t-1}	Y_{t-1}	I_t	A_t	ΔK_t	K_t	Y_t
1	20000	5000	2000	1000	1000	21000	5250
2	21000	5250	2100	1050	1050	22050	5512.5

لانجاز الجدول تم الاعتماد على المعادلات السابقة.

التمرين (4):

1-تحديد دالة الادخار وبشكل عام يمثل الادخار الجزء غير المستهلك من الدخل:

$$S_t = Y_t - C_t = Y_t - c.Y_t = (1-c)Y_t$$

ويمثل المقدار: $s = (1-c)$ الميل الحدي للادخار.

ـ التعبير عن معدل نمو الاقتصاد باستخدام دالة تراكم رأس المال المنتج:

$$\Delta K_t = I_t - \delta.K_t = sY_t - \delta.K_t = s\frac{K_t}{v} - \delta.K_t$$

$$\Delta K_t = \left[\frac{s}{v} - \delta\right].K_t \Rightarrow \frac{\Delta K_t}{K_t} = \frac{s}{v} - \delta$$

2-(أ)حساب معدل نمو الاقتصاد:

الاقتصاد (A): $\gamma^A = \frac{s}{v} - \delta = \frac{0,2}{2,5} - 0,06 = 2\%$

الاقتصاد (B): $\gamma^B = \frac{s}{v} - \delta = \frac{0,18}{3} - 0,06 = 0\%$

(ب): تقييم تطور نسبة PIB

-في الفترة (0):

$$\frac{PIB_0^A}{PIB_0^B} = \frac{20000}{1000} = 20$$

هذا يعني أن اقتصاد (A) هو 20 مرة أكثر ثراءاً من اقتصاد الدولة (B).

-في الفترة (t):

$$\frac{PIB_t^A}{PIB_t^B} = \frac{PIB_0^A.(1+\gamma^A)^t}{PIB_0^B.(1+\gamma^B)^t}$$

وبما أن معدل نمو الاقتصاد B منعدم فالعلاقة السابقة تصبح :

$$\frac{PIB_t^A}{PIB_t^B} = \frac{PIB_0^A.(1+\gamma^A)^t}{PIB_0^B}$$

(ج)بعد كم من سنة يكون PIB للاقتصاد A أكبر 40 مرة من الاقتصادB

لدينا : $\frac{PIB_0^A}{PIB_0^B} = 20$ $\frac{PIB_t^A}{PIB_t^B} = 40$

وبالتعويض في العلاقة الخاصة بتقييم نسبة PIB في الفترة t نجد:

$$40 = 20.(1+\gamma^A)^t \Rightarrow t = \frac{Ln(40/20)}{Ln(1{,}02)} = 35$$

3-(أ)بما أن معدل النمو المستهدف 2%فحجم المبلغ المخصص لإعانة الاقتصاد يحسب بالعلاقة التالية:

$$\frac{x}{PIB_t^B} = v^B \times (\gamma^{B*} - \gamma^B) = 3(0{,}02 - 0) = 0{,}06$$

$$x = 6\% \times PIB_t^B$$

x : يمثل مبلغ الإعانة المخصصة للاقتصاد(B).

هذه النتيجة تعني أن حجم الإعانة الخاصة بالفترة (0) ستكون $x = 6\% \times PIB_0^B = 0{,}06.1000 = 60$

أما خلال الفترة (1) فان الدخل الخاص بالدولة سيبلغ 1020 في حين حجم الإعانة المخصصة للاقتصاد خلال هذه السنة ستصل: $x = 6\% \times PIB_1^B = 0{,}06.1020 = 61{,}2$.

(ب)بعد تنفيذ الإعانة تصبح النسبة بين البلدين كمايلي :

$$\frac{PIB_t^A}{PIB_t^B} = \frac{PIB_0^A.(1+\gamma^A)^t}{PIB_0^B.(1+\gamma^{B*})^t} = 20$$

هذا يعني أن اقتصاد (A) هو 20 مرة أكثر ثراءاً من اقتصاد الدولة (B)، وذلك بصفة دائمة.

4-(أ)إذا قررت المنظمات الدولية تقديم الإعانة لاقتصاد الدولة(B) لمدة 35سنة، بهدف الوصول إلى نفس المستوى الإنتاجي للدولة(A) المحقق خلال 35سنة.

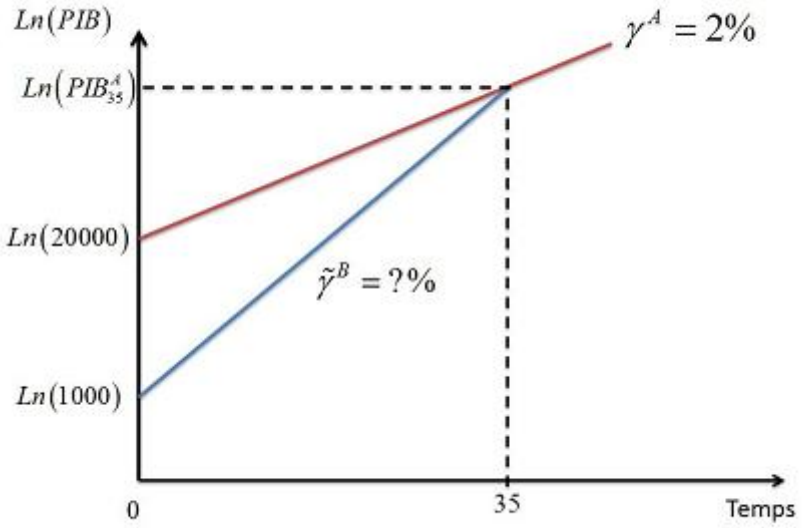
الاقتصاد الدولة (A) سيكون له PIB بعد 35 سنة كمايلي:

$$PIB_t^A = PIB_0^A \times (1+\gamma^A)^{35}$$

أما اقتصاد الدولة (B) خلال 35 سنة :

$$PIB_t^B = PIB_0^B \times (1+\gamma^{B**})^{35}$$

ويمكن التعبير عن السؤال رقم (4) بيانيا بالشكل التالي:



وبمساواة العلاقتين السابقتين يمكننا إيجاد معدل النمو اللازم:

$$PIB_0^A.(1+\gamma^A)^{35} = PIB_0^B \times (1+\gamma^{B**})^{35}$$

$$\gamma^{B**} = \left(\frac{PIB_0^A}{PIB_0^B}\right)^{\frac{1}{35}} \times (1+\gamma^A) - 1 = (20)^{\frac{1}{35}}(1{,}02) - 1 \approx 11{,}11\%$$

بما أن معدل النمو المستهدف**11,11%** فحجم المبلغ المخصص لإعانة الاقتصاد يحسب بالعلاقة التالية:

$$\frac{x}{PIB_t^B} = v^B \times (\gamma^{B**} - \gamma^B) = 3(0{,}1111 - 0) \approx 33\%$$

وبالتالي يجب خلال **35** سنة تقديم إعانات بنسبة **33%** من **PIB** لاقتصاد الدولة (**B**) من أجل الوصول إلى نفس المستوى من **PIB** لاقتصاد الدولة (**A**)(المحقق في **35** سنة).

التمرين (5):

1- نتأكد من أن دالة كوب دوقلاس تحقق شروط الاقتصادي **Inada**

الشرط الأول: الإنتاجية الحدية موجبة ومتناقصة.

-الإنتاجية الحدية موجبة : وهذا يعني أن زيادة وحدة واحدة من رأس المال أو من العمل يؤدي إلى زيادة الإنتاج.

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = PmK_t = A.\alpha K_t^{\alpha-1}.L_t^{1-\alpha} = A.\alpha\left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} \succ 0$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = PmL_t = A.(1-\alpha)K_t^{\alpha}.L_t^{-\alpha} = A.(1-\alpha)\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} \succ 0$$

-الإنتاجية الحدية المتناقصة: كل وحدة واحدة إضافية من رأس المال أو من العمل تؤدي إلى زيادة أقل في الإنتاج، ولإثبات ذلك يجب أن تكون المشتقة الثانية سالبة.

$$\frac{\partial'' Y_t}{\partial'' K_t} = \frac{\partial PmK_t}{\partial K_t} = A.(\alpha-1)K_t^{\alpha-2}.L_t^{1-\alpha} = -(1-\alpha)A.\frac{L_t^{1-\alpha}}{K_t^{2-\alpha}} \prec 0$$

$$\frac{\partial'' Y_t}{\partial'' L_t} = \frac{\partial PmL_t}{\partial L_t} = A.(-\alpha)\times(1-\alpha)K_t^{\alpha}.L_t^{-\alpha-1} = -\alpha\times(1-\alpha)A.\frac{K_t^{\alpha}}{L_t^{1+\alpha}} \prec 0$$

الشرط الثاني: نهايات الخاصة بالإنتاجية الحدية.

- النهايات الخاصة بالإنتاجية الحدية لرأس المال:

$$\lim_{K_t\to 0} PmK_t = \lim_{K_t\to 0} A.\alpha\left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} = +\infty$$

$$\lim_{K_t\to +\infty} PmK_t = \lim_{K_t\to +\infty} A.\alpha\left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} = 0$$

- النهايات الخاصة بالإنتاجية الحدية للعمل:

$$\lim_{L\to +\infty} PmL_t = \lim_{L\to +\infty} A.(1-\alpha)\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} = 0$$

$$\lim_{L\to 0} PmL_t = \lim_{L\to 0} A.(1-\alpha)\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} = +\infty$$

الشرط الثالث: غلة الحجم ثابتة

غلة الحجم الثابتة: إذا تمت مضاعفة عوامل الإنتاج فان ذلك يؤدى إلى مضاعفة الإنتاج بنفس المقدار. ونكتب:

$$F(\lambda K,\lambda L) = \lambda F(K,L)$$

$$F(\lambda K,\lambda L) = A.(\lambda K_t)^{\alpha}.(\lambda L_t)^{1-\alpha} = A.\lambda^{\alpha+1-\alpha}K_t^{\alpha}.L_t^{1-\alpha} = \lambda.F(K,L)$$

ومنه غلة الحجم تعتبر ثابتة.

2- إثبات صحة العلاقة التالية:

$$PmK_t.K_t + PmL_t.L_t = A.\alpha.K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}.K + A.(1-\alpha).K^{\alpha}.L^{-\alpha}.L^1$$
$$= A.K_t^{\alpha}.L_t^{1-\alpha} = Y_t$$

التمرين (6):

1- لدينا دالة الاستهلاك يعبر عنها بالشكل التالي:

$$C_t = c.Y_{t-1} \quad (0 \prec c \prec 1)$$

فهي سبيل المثال خلال الفترة (2) : $6600 = c.11000 \Rightarrow c = 0.60$

وبالتالي الميل الحدي للاستهلاك: 0,6.

بالنسبة لدالة الاستثمار: $I_t = 4000 + k(Y_{t-1} - Y_{t-2})$

فعلى سبيل المثال خلال الفترة(3): $7200 = 4000 + k(12600-11000) \Rightarrow k = 2$

2- بالاعتماد على المعادلات السابقة يمكن انجاز الجدول خلال الفترتين (5) و(6).

t	Y_{t-1}	C_t	I_t	$C_t + I_t$	Y_{et}	Y_t
0	10000	6000	4000	10000	12000	10000
1	10000	6000	5000	11000	12500	11000
2	11000	6600	6000	12600	13000	12600
3	12600	7560	7200	14760	13500	13500
4	13500	8100	5800	13900	14000	13900
5	13900	8340	4800	13140	14500	13140
6	13140	7884	3000	10884	15000	10884

3- من خلال الجدول السابق، نلاحظ تزايد في الدخل في المرحلة الأولى وذلك من الفترة 0 إلى غاية 3 (حالة ازدهار)، ليدخل الاقتصاد بعد ذلك في المرحلة الثانية حيث يبدأ الدخل في التناقص من الفترة(4) إلى غاية(6) (حالة الركود).