المحاضرة 7: تقييم الخيارات المالية: الإدارة المالية للخيارات باستخدام الحروف اليونانية (The Greek Letters)

المرجع المعتمد:

- Hull, J. C., & Basu, S. (2021). Options, futures, and other derivatives. Pearson Education.

ملخص كامل عن الحروف اليونانية

اليوناني	التعريف والمتغير	الصيغة الرياضية	العلاقة مع خيارات Call/Put	وحدات القياس	ملامح رئيسية
دلتا(Δ)	حساسية سعر الخيار للتغير في سعر الأصل الأساسي. المتغيرS :	$\Delta(\text{call}) = N(d_1)$ $\Delta(\text{put}) = N(d_1) - 1$	موجبة (0 إلى 1) Call: سالبة (-1 إلى 0):Put	بدون وحدة (نسبة)	-تُقاس كـ "نسبة التحوط." -تقترب من 0.5 للخيارات.ATM
جاما(Γ)	حساسية دلتا للتغير في سعر الأصل. المتغيرS :	$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0\sigma\sqrt{T}}$ $N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$	متطابقة لـ Call/Put (موجبة دائمًا).	لكل $1 تغيير في السعر	-تبلغ الذروة للخيارات ATM. -تقيس التحدب (Convexity)في قيمة الخيار.
ثيتا(Θ)	حساسية الخيار لمرور الزمن. المتغير T :الزمن	$\Theta(\text{call}) = -\frac{S_0N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT}N(d_2)$ $\Theta(\text{put}) = -\frac{S_0N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}N(-d_2)$	سالبة عادةً (القيمة تتناقص مع الزمن).	لكل سنة (سنويًا)	-تزداد مع اقتراب انتهاء الصلاحية. -أعلى قيمة للخيارات ATM.
فيجا(ν)	حساسية الخيار للتقلب. المتغيرσ	$\mathcal{V} = S_0\sqrt{T}N'(d_1)$	موجبة لـ Call/Put (زيادة التقلب ← زيادة القيمة.	لكل 1% تغيير في التقلب	-تتناقص مع اقتراب انتهاء الصلاحية. -الرمز ν ليس حرفًا يونانيًا تقليديًا.
رو(ρ)	حساسية الخيار لسعر الفائدة. المتغيرr	$\text{rho (call)} = KTe^{-rT}N(d_2)$ $\text{rho (put)} = -KTe^{-rT}N(-d_2)$	Call:موجبة (↑ سعر الفائدة ← ↑ القيمة) Put:سالبة (↑ سعر الفائدة ← ↓ القيمة)	لكل 1% تغيير في سعر الفائدة	-أقل تأثيرًا على الخيارات قصيرة الأجل.

Example: you have the following data: stock price=100 dollars, strike price = 100 dollars, implied volatility= 20 percent, time to expiration= 1 year, and risk-free rate= 5 percent. calculate the option price of the underlying asset using Greeks, black and Scholes and binomial model. give detailed answer.

الحل:

1. نموذج Black-Scholes:

الصيغة الرياضية لخيار الشراء:

$$C = S \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-rT} \cdot N(d_2)$$

حساب d_1 و d_2:

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{0 + (0.05 + 0.02)}{0.2} = 0.35$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} = 0.35 - 0.2 = 0.15$$

القيم الطبيعية ($N(d)$):

- $N(d_1) = N(0.35) \approx 0.6368$
- $N(d_2) = N(0.15) \approx 0.5596$

حساب سعر الخيار:

$$C = 100 \cdot 0.6368 - 100 \cdot e^{-0.05} \cdot 0.5596 \approx 63.68 - 53.41 = **10.27$$

1. حساب معاملات الصعود والهبوط:

- **معامل الصعود (u):**

$$u = e^{\sigma\sqrt{T}} = e^{0.2 \cdot \sqrt{1}} = e^{0.2} \approx **1.2214**$$

- **معامل الهبوط (d):**

$$d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1.2214} \approx **0.8187**$$

2. حساب سعر السهم في الحالتين (صعود/هبوط):

- **في حالة الصعود (S_u):**

$$S_u = S \cdot u = 100 \cdot 1.2214 \approx **122.14$$

- **في حالة الهبوط (S_d):**

$$S_d = S \cdot d = 100 \cdot 0.8187 \approx **81.87$$

3. حساب قيمة الخيار في نهاية المدة:

- **في حالة الصعود (C_u):**

$$C_u = \max(S_u - K, 0) = \max(122.14 - 100, 0) = **22.14$$

- **في حالة الهبوط (C_d):**

$$C_d = \max(S_d - K, 0) = \max(81.87 - 100, 0) = **0$$

4. حساب الاحتمالية المحايدة للمخاطرة (p):

$$p = \frac{e^{rT} - d}{u - d} = \frac{e^{0.05 \cdot 1} - 0.8187}{1.2214 - 0.8187} = \frac{1.0513 - 0.8187}{0.4027} \approx **0.5775**$$

5. حساب القيمة الحالية للخيار (C):

$$C = e^{-rT} \cdot [p \cdot C_u + (1-p) \cdot C_d] = e^{-0.05} \cdot [0.5775 \cdot 22.14 + 0.4225 \cdot 0]$$

$$C \approx 0.9512 \cdot 12.78 \approx **12.16**$$

3. حساب اليونانيين (Greeks) باستخدام Black-Scholes:

اليونانيّ	الصيغة	القيمة	التفسير
Delta (Δ)	$N(d_1)$	0.6368	زيادةفيالسهم،يرتفعسعر الخيار بمقدار مقابل كل 1 ≈ 0.64.
Gamma (Γ)	$\frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$	0.0188	مقابل كل $1 زيادة في السهم، تتغير دلتا بمقدار ≈ 0.019.
Theta (Θ)	$-\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}N(d_2)$	-4.85/سنة	يفقد الخيار ≈ $4.85 سنويًا بسبب مرور الزمن.
Vega (ν)	$S\sqrt{T}N'(d_1)$	$37.55/1\%$	مقابل كل 1% زيادة في التقلب، يرتفع سعر الخيار بمقدار ≈ 37.55$.
Rho (ρ)	$KTe^{-rT}N(d_2)$	$53.41/1\%$	مقابل كل 1% زيادة في سعر الفائدة، يرتفع سعر الخيار بمقدار ≈ 53.41$.