

ملخص محتوى المحاضرة رقم 05

1- التقدير بنقطة والتقدير بمجال للمعالم المجتمع A ، B المجهولة

أولاً-التقدير بنقطة :وكما تدل التسمية على ذلك يمكننا من تحديد قيمة تقديرية واحدة للمعالم A ، B المجهولة ومنه كذلك يتم تحديد قيمة واحدة للمتغير التابع في ضوء القيم التقديرية مثال لذلك

$$\hat{B} = 3.75 \quad \hat{A} = 15 \quad \hat{Y}_i = 15 + 3.75X_i$$
$$\hat{Y}_i = 18.75 \leftarrow X=1$$

ثانياً-التقدير بمجال :إن التقدير بنقطة يؤدي على تحديد قيمة واحدة للمعالم A ، B المجهولة ومنه قيمة واحدة لـ Y ولكن قيم $\hat{A}$ $\hat{B}$ تتغير بتغير بيانات العينة. وهذا يؤدي إلى التغير في قيمة Y التنبؤية من عينة على أخرى. وهذا يؤدي على استخدام التقدير بمجال أو بفترة تحتوي على القيمة الحقيقية المبحوث عنها باحتمال معين يساوي $(1 - \alpha)$ يسمى بدرجة الثقة

ويكتب كما يلي:

$$p(\theta \in [a, b]) = 1 - \alpha$$

تسمى α بمستوى المعنوية $1 - \alpha$ درجة الثقة وتسمى الأعداد $[a, b]$ بحدي الثقة أي التقدير بمجال يدل على أن معلمة المجتمع المجهولة تقع بين هذين الحدين ويمكن زيادة مجال الثقة بزيادة درجة الاحتمال في وجود القيمة الحقيقية في تلك المجال. ويتم تحديد المجال بمعرفة توزيع المعالم المقدرة $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ ،

2-قياس مجال الثقة للمعالم الحقيقية A ، B

عندما نقبل فرضية العدم هذا معناه أن معلمة المجتمع المجهولة تساوي تلك القيمة المفترضة وبالتالي لا يظهر هناك حاجة لمجال الثقة للمعلمة المجتمع. وفي الحالة العكسية عندما نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة هذا معناه أن معلمة المجتمع تختلف عن القيمة المفترضة وهذا ما يؤدي إلى ضرورة تقدير حدود للقيمة الحقيقية للمجتمع. ويستخدم الباحث التوزيع الطبيعي في حالة حجم

العينة كبير $n \geq 30$ أو توزيع ستيودنت في حالة حجم العينة $n < 30$

وفي دراستنا مقتصرة على العينات الصغيرة نستخدم توزيع ستيودنت

3-استخدام توزيع ستيودنت لإيجاد مجال المعلمتين A ، B

حالة المعلمة A

$$A = \hat{A} \pm t\left[\frac{\alpha}{2}, V\right] S_{\hat{A}}$$

حالة المعلمة B

$$B = \hat{B} \pm t\left[\frac{\alpha}{2}, V\right] S_{\hat{B}}$$

مثال : نفس المثال السابق

$$\hat{Y}_i = 15 + 3.75X_i \quad S_{\hat{B}} = 0.72 \quad S_{\hat{A}} = 3.16 \quad N=05$$

أوجد مجال الثقة للمعالم الحقيقية A ، B عند مستوى معنوية $\alpha=5\%$

الجواب

مجال الثقة للمعلمة A

$$A = \hat{A} \pm t\left[\frac{\alpha}{2}, V\right] S_{\hat{A}} = 15 \pm 3.18 (3.16)$$

$$A \in [4.944, 25.05]$$

مجال الثقة للمعلمة B

$$B = \hat{B} \pm t\left[\frac{\alpha}{2}, V\right] S_{\hat{B}} = 3.75 \pm 3.18 (0.72)$$

$$B \in [1.458, 6.041]$$

1-معامل الارتباط والتحديد

إن معامل الارتباط البسيط هو عبارة عن أسلوب تفسير درجة قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين X، Y دون النظر للعلاقة السببية بينهما فقد يرتبط هذين المتغيرين بعلاقة خطية أو غير خطية وقد لا تكون بينهما أي علاقة حيث أن شكل الانتشار يعطي للباحث فكرة أولية عن شكل العلاقة إن وجدت بينما قياس درجة العلاقة والقوة رقمياً يتم عن طريق حساب معامل الارتباط ونرمز له بالرمز R ويحسب بالصيغة الآتية

$$\hat{R} = \frac{\sum_i^n XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sqrt{(\sum_i^n X^2 - n\bar{X}^2)(\sum_i^n Y^2 - n\bar{Y}^2)}} \quad \text{الطريقة المباشرة}$$

$$\hat{R} = \frac{S_{YX}}{\sqrt{S_X S_Y}} \quad \text{الطريقة المختصرة}$$

أما قيمة معامل الارتباط محصورة في المجال $[-1, 1]$

$\hat{R}=1$ نقول عن العلاقة بين X ، Y علاقة تامة وموجبة وتنتشر النقاط الفعلية على كامل خط الانحدار
 $\hat{R}=-1$ نقول عن العلاقة بين X ، Y علاقة تامة وسالبة وتنتشر النقاط الفعلية على كامل خط الانحدار
 $\hat{R}=0$ لاتوجد علاقة بين X ، Y

$\hat{R}=0.90$ نقول عن العلاقة بين X ، Y علاقة قوية وموجبة وتنتشر النقاط الفعلية حول خط الانحدار.

2-العلاقة بين معامل الارتباط والخطأ المعياري للتقدير

إذا كان $\hat{R}=\pm 1$ يكون الخطأ المعياري يساوي الصفر والقيم التقديرية تنطبق على القيم المقدرة

$$Y=\hat{Y}$$

إذا كان $\hat{R}=0$ يكون الخطأ المعياري يساوي الواحد والقيم التقديرية تبتعد عن القيم المقدرة أي لا يوجد ارتباط بين X ، Y

3-معامل التحديد

يستخدم هذا المعامل لمعرفة مدى جودة توفيق خط الانحدار المقدر بين X ، Y وهو له علاقة بانحرافات القيم الفعلية عن المقدرة

وهو مؤشر يقيس لنا النسبة المئوية للتغيرات في Y الناجمة عن التغير في المتغير X ويساوي رياضيا مربع معامل الارتباط وقيمه محصورة بين $\hat{R}^2 \in [0, 1]$

إذا كان $\hat{R}^2 = 1$ معناه ان التغيرات التي تحدث في المتغير Y ناتجة عن التغير الذي يحدث في X بنسبة 100%

إذا كان $\hat{R}^2 = 0$ معناه ان التغيرات التي تحدث في المتغير Y ناتجة عن تغيرات أخرى غير X لاتوجد علاقة بين X ، Y

إذا كان $\hat{R}^2 = 0.90$ معناه أن التغيرات التي تحدث في المتغير Y ناتجة عن التغير الذي يحدث في X بنسبة 90% والباقي 10% متغيرات أخرى

مثال : نفس المثال السابق

احسب معامل الارتباط ومعامل التحديد بين X ، Y

$$\hat{Y}_i = 15 + 3.75X_i \quad S_Y = 250 \quad S_X = 16 \quad S_{yx} = 60 \quad \text{المعطيات}$$

$$\hat{R} = \frac{S_{YX}}{\sqrt{S_X S_Y}} = \frac{60}{\sqrt{16 \cdot 250}} = 0.948 \rightarrow \hat{R}^2 = 0.90$$

$\hat{R}=0.948$ العلاقة بين X ، Y علاقة قوية وطردية

$\hat{R}^2 = 0.90$ ان التغيرات التي تحدث في Y سببها المتغير X بنسبة 90 % والباقي 10 % متغيرات أخرى.