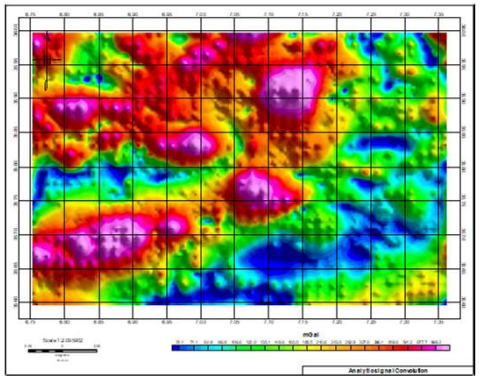
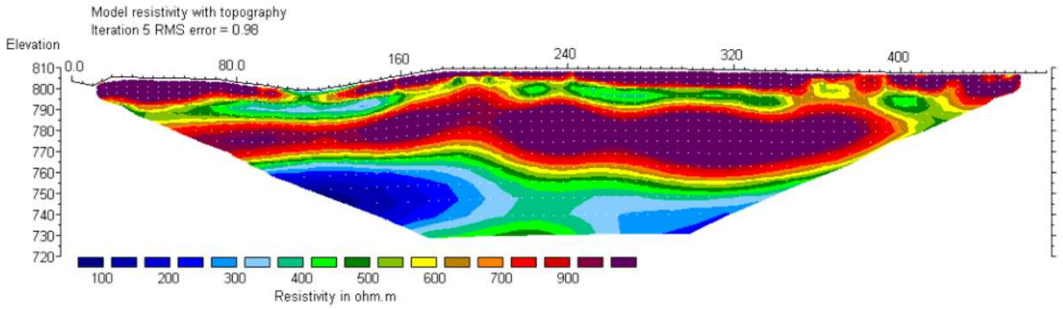
UNIVERSITE LARBI BEN MHIDI OUM EL BOUAGHI
Faculté des sciences de la terre et de l'architecture
Département de géologie

Méthodes Gravimétriques





Dr. ZERROUKI HIACHAM

2022/2023

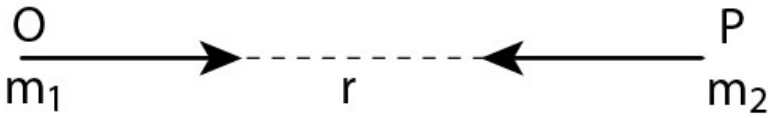
Chapitre2: Méthode gravimétrique

Le champ de pesanteur

- Attraction universelle:
  - **Newton**: deux lois fondamentales:
  - **le principe fondamental de la dynamique:**

$$\boxed{f = mg} \quad \text{avec } g = \text{accélération du corps} \quad (1)$$

  - **La loi d'attraction universelle:**



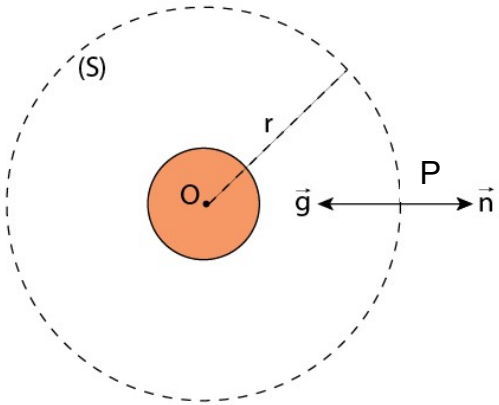
$$\boxed{f = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \quad \text{avec G} = \text{constante de la gravitation universelle} \quad (2)$$

$$G = 6.67\text{x}10^{-8} \text{ (cgs)}, \quad \text{ou} \quad \text{x}10^{-11} \text{ (SI)}$$

  - de (1) et (2) on obtient l'accélération de m_2 due à la présence de m_1:

- $$\boxed{\vec{g} = G\frac{m_1}{r^2}\vec{r}}$$ avec $\vec{r}$ Vecteur unitaire allant de P vers O.

Cas de la sphère



- Le champ gravifique g est un vecteur dirigé de P vers le centre de la sphère

$\vec{g}.\vec{n} = -g.r_0$ Avec r_0 la normale unitaire dirigée vers l'extérieur de (S)

- Le flux de g à travers la sphère (S) s'écrit:

$$\phi = \int_S g.n.dS = -g\int_S r_0.dS = -g.4\pi.r^2.r_0$$

- et d'après le théorème de Gauss

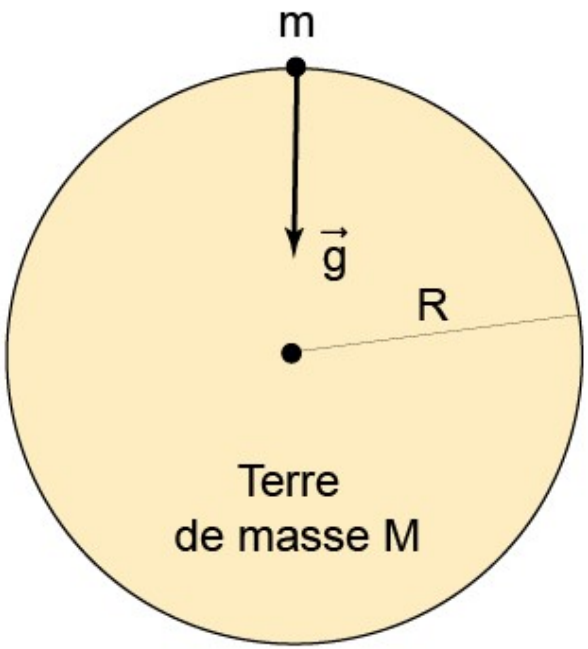
$\phi = 4\pi.G.M$ avec M la masse de la sphère

- d'où:

$$\boxed{g = -G\frac{M}{r^2}r_0}$$

L'attraction de la sphère, à l'extérieur, est la même que celle d'une masse ponctuelle de même masse ramassée en son centre

Cas de la sphère



l'attraction exercée par le globe terrestre sur la petite masse m en surface est équivalente à l'attraction d'un point situé au centre de la Terre et de masse M égale à la masse de la Terre.

L'accélération de la pesanteur g s'écrit:

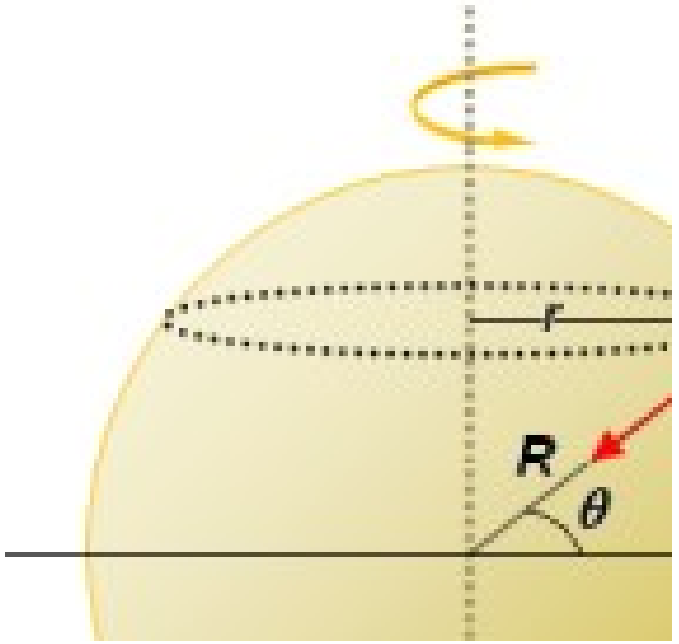
$$\vec{g} = G\frac{M}{R^2}\vec{r}$$

l'unité est le milligal (cgs) ou le m/s^2 (SI)

Le champ de pesanteur

La pesanteur (ou accélération de la pesanteur) est l'accélération que subit tout point matériel du fait de:

- **l'attraction newtonienne** de la masse de la Terre, encore appelée gravité,
- **l'accélération centrifuge** due à la rotation de la Terre,
- **l'attraction newtonienne des corps extérieurs à la Terre** (à savoir essentiellement la Lune par sa proximité et le Soleil par sa masse), appelée attraction ***lunisolaire.***



$$g = (g_T - \omega^2 r) + A$$

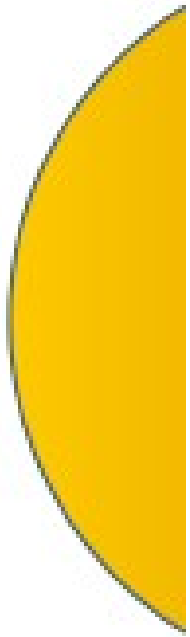
Le champ de pesanteur

Théorie de Clairaut

A l'équateur : $g_E = g_p - w^2 r \Rightarrow$

$$g(\emptyset) = g_p - \omega^2 r \cos \emptyset$$

$$g_p = g_E + \omega^2 r \quad \longrightarrow \quad r = R \cos \emptyset$$



Le champ de pesanteur

Théorie de Clairaut

Du fait de la rotation, la Terre n est 'est pas parfaitement sphérique, elle est aplatie aux pôles. C'est un ellipsoïde aplati (sphéroïde). Donc il faudrait tenir compte de l'écart à la sphéricité en ajoutant des termes correctifs. l'aplatissement peut être défini par:

$$f = (a-b)$$

▪Clairaut a montré en utilisant les équations de l'hydrostatique que , quelque soit la distribution de densité, on avait toujours :

$$f + \gamma = \frac{5}{2}\frac{\omega^2 R}{a_E} :$$

Le Sphéroïde de référence

- C'est une surface équipotentielle où, en chaque point, la pesanteur est normale à la surface.
- Le sphéroïde est rapporté à la surface moyenne de la mer, les masses en excès étant supprimées et les creux océaniques comblés.
- L'expression mathématique est un développement en harmoniques sphériques dont la formule **appelée *International Gravity Formula (IGF) a été adoptée en 1980*** s'écrit:

$$g = g_0\left(1+\alpha\sin^2\phi+\beta\sin^2 2\phi\right) \qquad ms^{-2} \quad SI$$

$$avec \;\; g_0 = 9.780327$$

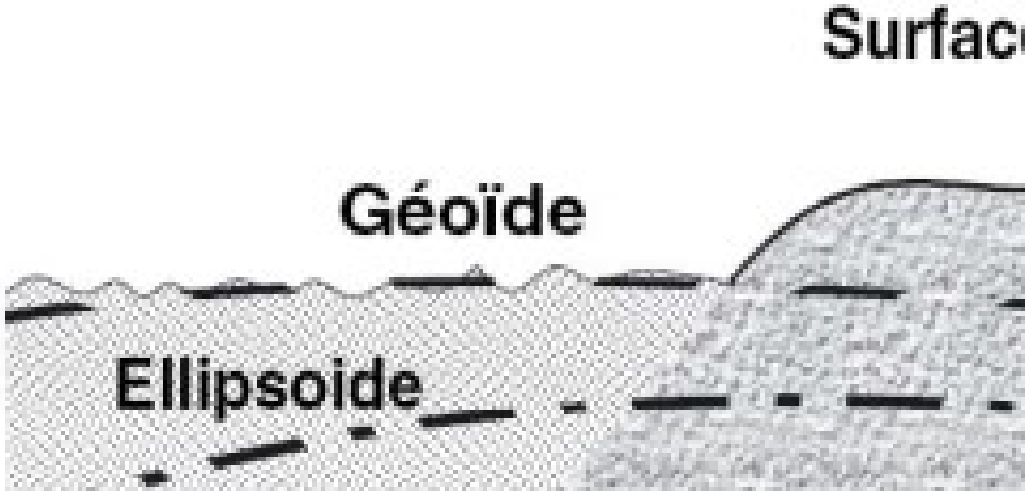
$$\alpha = 0.0053024$$

$$\beta = -0.0000058$$

Ainsi du fait de l'aplatissement de la Terre aux pôles et de sa rotation sur elle même, la pesanteur théorique n'est pas la même en tout point du globe, ce qui serait le cas si la Terre était sphérique et immobile, mais varie de près de 5 000 mGal entre **l'équateur (978 000 mGal ou 9,78 m.s^{-2})** et **le pôle (983 000 mGal ou 9,83 m.s^{-2}).**
Rappelons encore une fois que cette valeur théorique **suppose l'absence d'hétérogénéités de densité à l'intérieur du globe.**

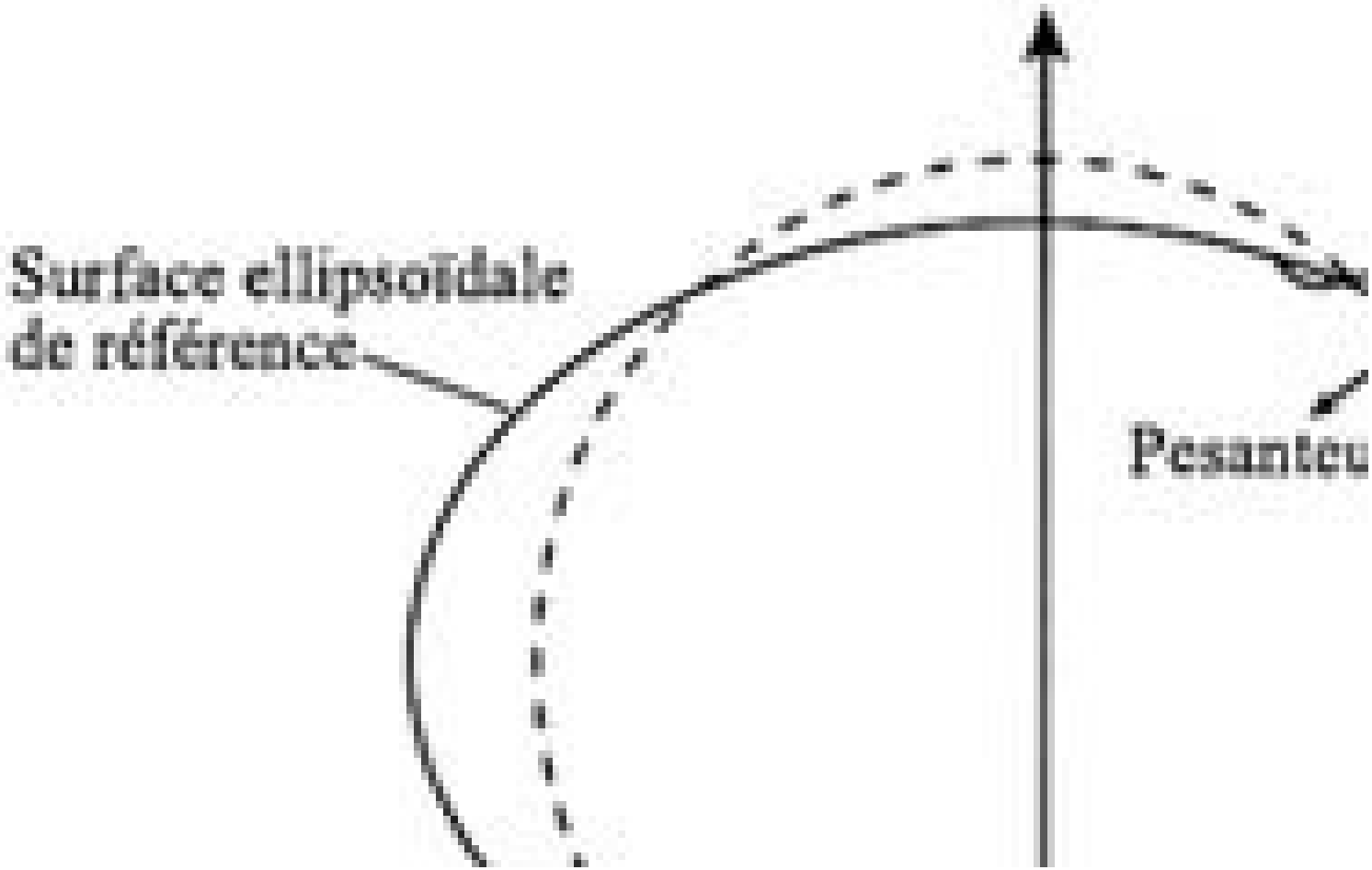
Géoïde - Ellipsoïde de révolution (le sphéroïde)

Le géoïde est une surface équipotentielle du champ de pesanteur de la Terre qui se confond avec le niveau moyen des océans au repos, et qui se prolonge sous la surface topographique des continents. C est 'est la surface de référence des altitudes (niveau 0). Il définit la forme de la Terre.

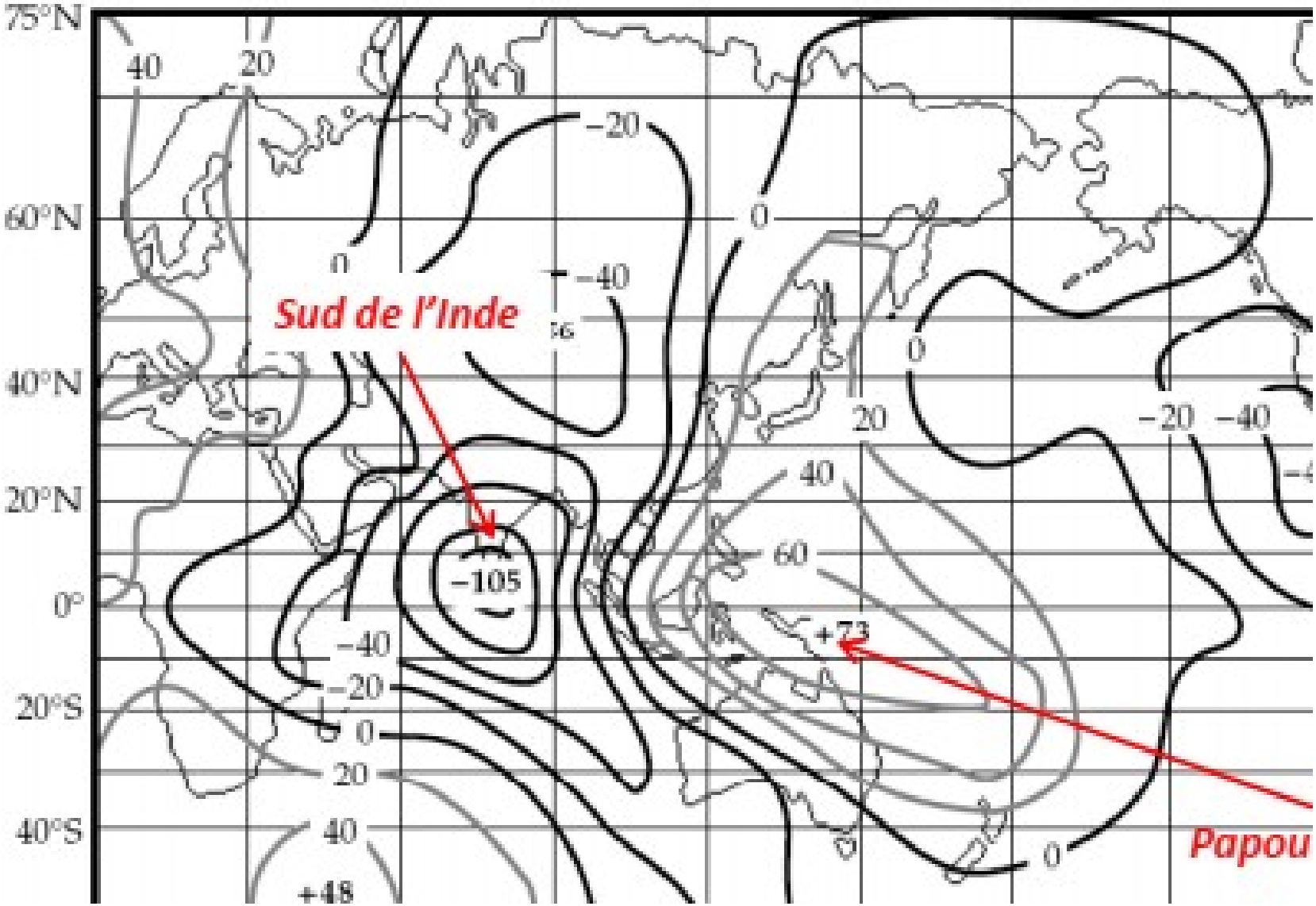


L'ellipsoïde de référence est un ellipsoïde de révolution qui se rapproche au mieux du géoïde. Il correspond à une équipotentielle du champ de pesanteur théorique de la Terre.

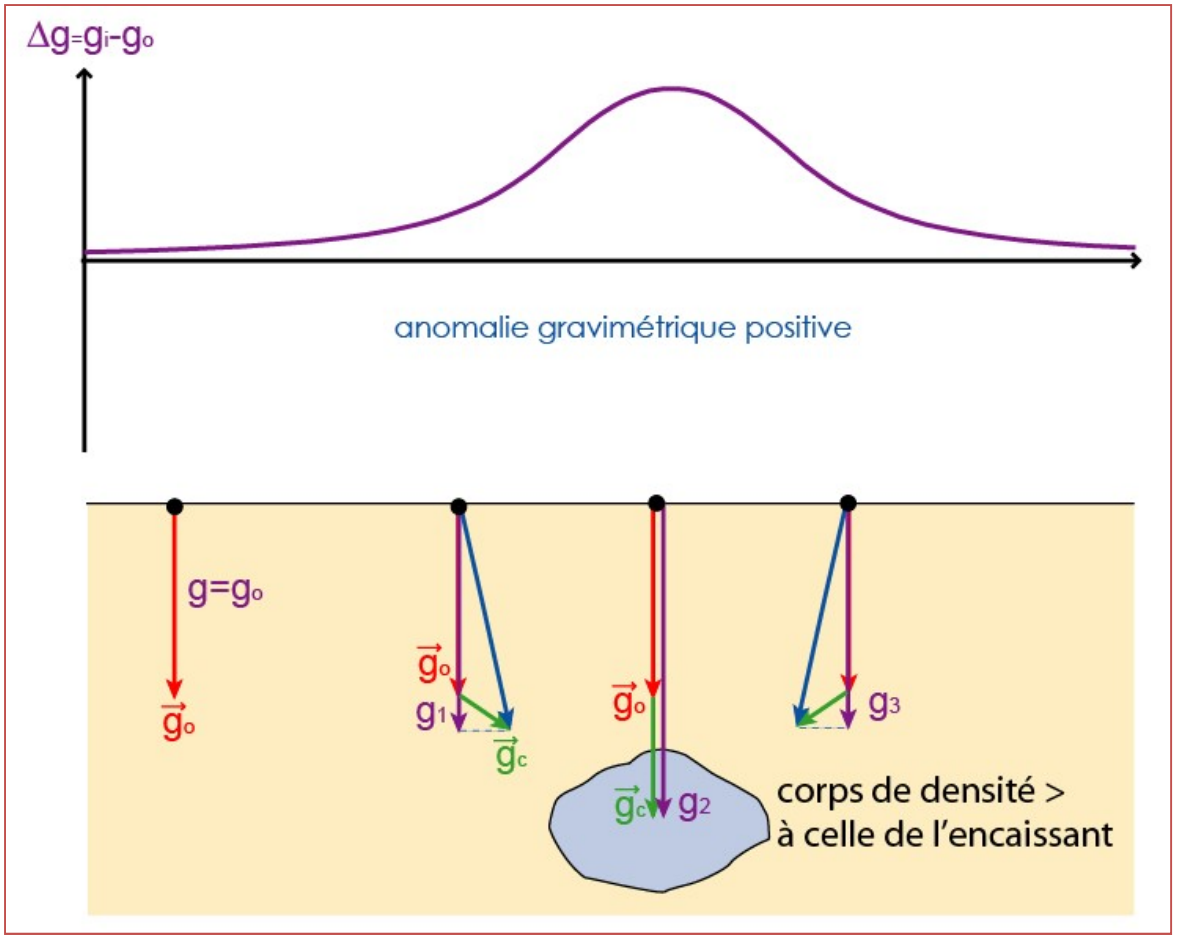
Géoïde - Ellipsoïde de révolution (le sphéroïde)



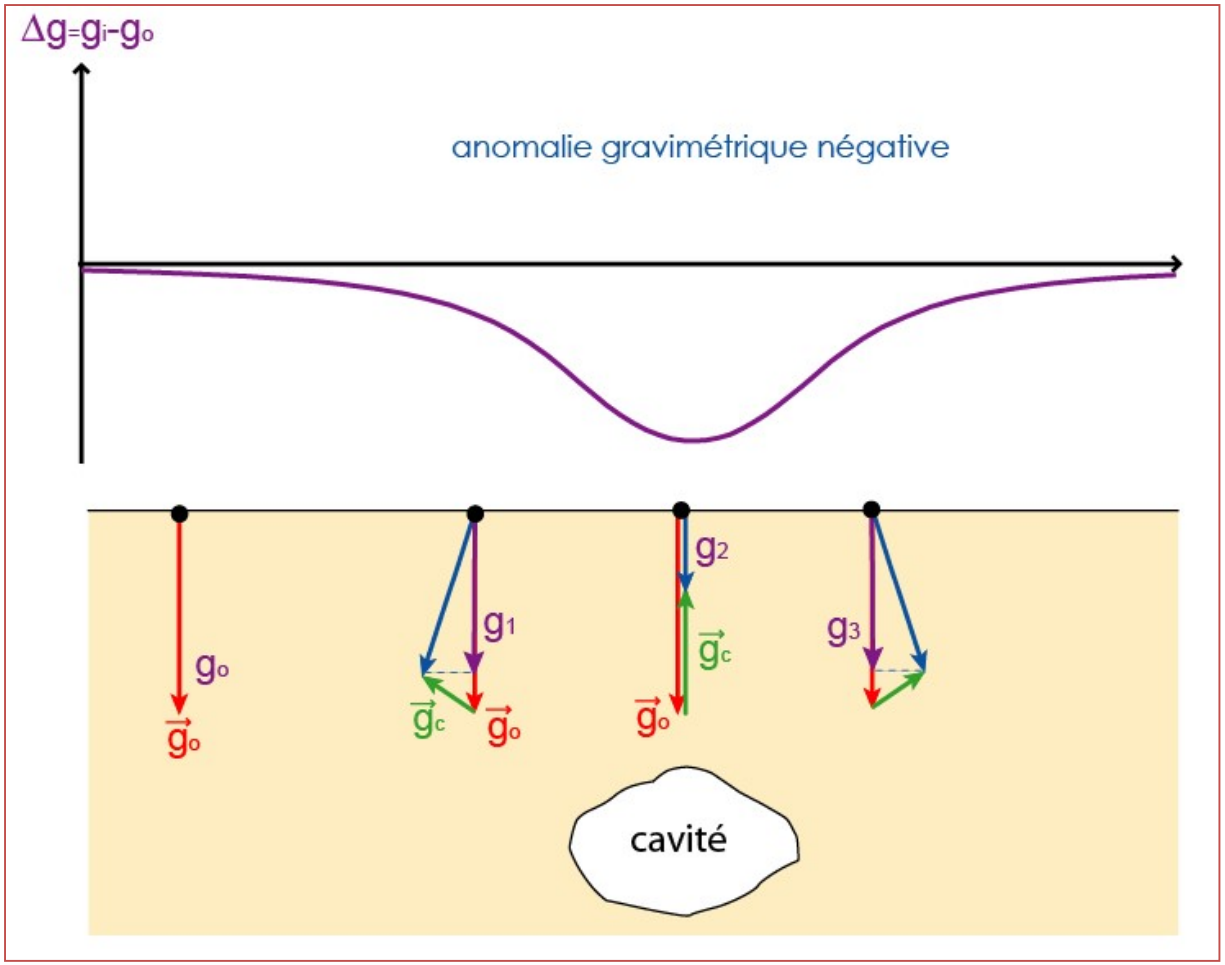
Géoïde et Ellipsoïde de référence



Effet gravimétrique d'une structure « lourde »



effet gravimétrique d'une cavité



Le champ gravimétrique

La pesanteur terrestre est influencée par plusieurs facteurs:

- La latitude,
- L'altitude,
- La topographie environnante
- Les marées terrestres,
- **Les variations de la densité sous la surface du sol**

Comme le géologue s'intéresse uniquement aux variations de densité dans le sous-sol, il faut donc éliminer tous les autres paramètres intervenant dans la mesure de la pesanteur.

Anomalie de Bouguer
(Pierre Bouguer (1698-1758)

Par définition, l'anomalie de Bouguer sera la différence entre la valeur de la pesanteur mesurée et la valeur théorique après les corrections nécessaires.

pesanteur mesurée et la valeur théorique après les cor

$$AB = g_{mes.} \pm \sum corr. - g_{théor.}$$

$g_{mes.}$ *est la valeur de la pesanteur au point de mesur*

$g_{théor.}$ *est la valeur de la pesanteur sur l'éllipsoïde d*

Anomalie de Bouguer complète

Les corrections appliquées aux mesures gravimétrique

1. Correction d'altitude (air libre, Faye)

Etant donné que les mesures d'un levé gravimétrique ne sont pas forcément au-dessus d'un terrain plat, donc il faudrait corriger la valeur de la pesanteur selon son altitude. Cette correction correspond à l'élévation du point de mesure , au-dessus de la surface du géoïde.

$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{GM}{R^2 + 2Rh + h^2} = \frac{GM}{R^2\left(1 + 2\frac{h}{R} + \left(\frac{h}{R}\right)^2\right)}$$

Puisque R>>h, alors le terme (h/R)² peut être négligé

$$g_h = \frac{GM}{R^2}\,\frac{1}{1}\,\frac{1 - 2\frac{h}{R}}{1} = \frac{GM}{R^2}\left(1 - 2\frac{h}{R}\right)$$

Correction d'altitude (air libre, Faye)

•De cette expression, on déduit que l'augmentation d'altitude de 1 m entrainerait une diminution de la pesanteur de 0.3086 mGal.
• Pour une précision de mesure de 0.01 mGal, il faudrait connaitre l'altitude à ± 3.3 cm .

Ce gradient vertical varie :

de 0.3077 mGal/m → ***À l'équateur (g= 978.0***

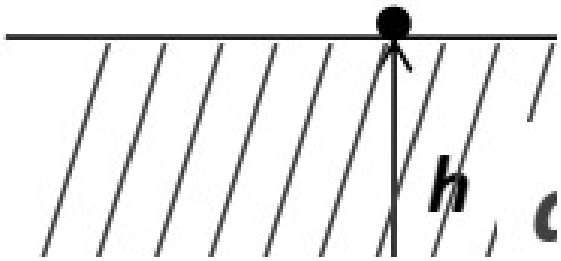
à 0.3093 mGal/m → ***Aux pôles (g= 983.2 Ga***

Tenant compte de la forme de la terre, la valeur n

Correction du Plateau

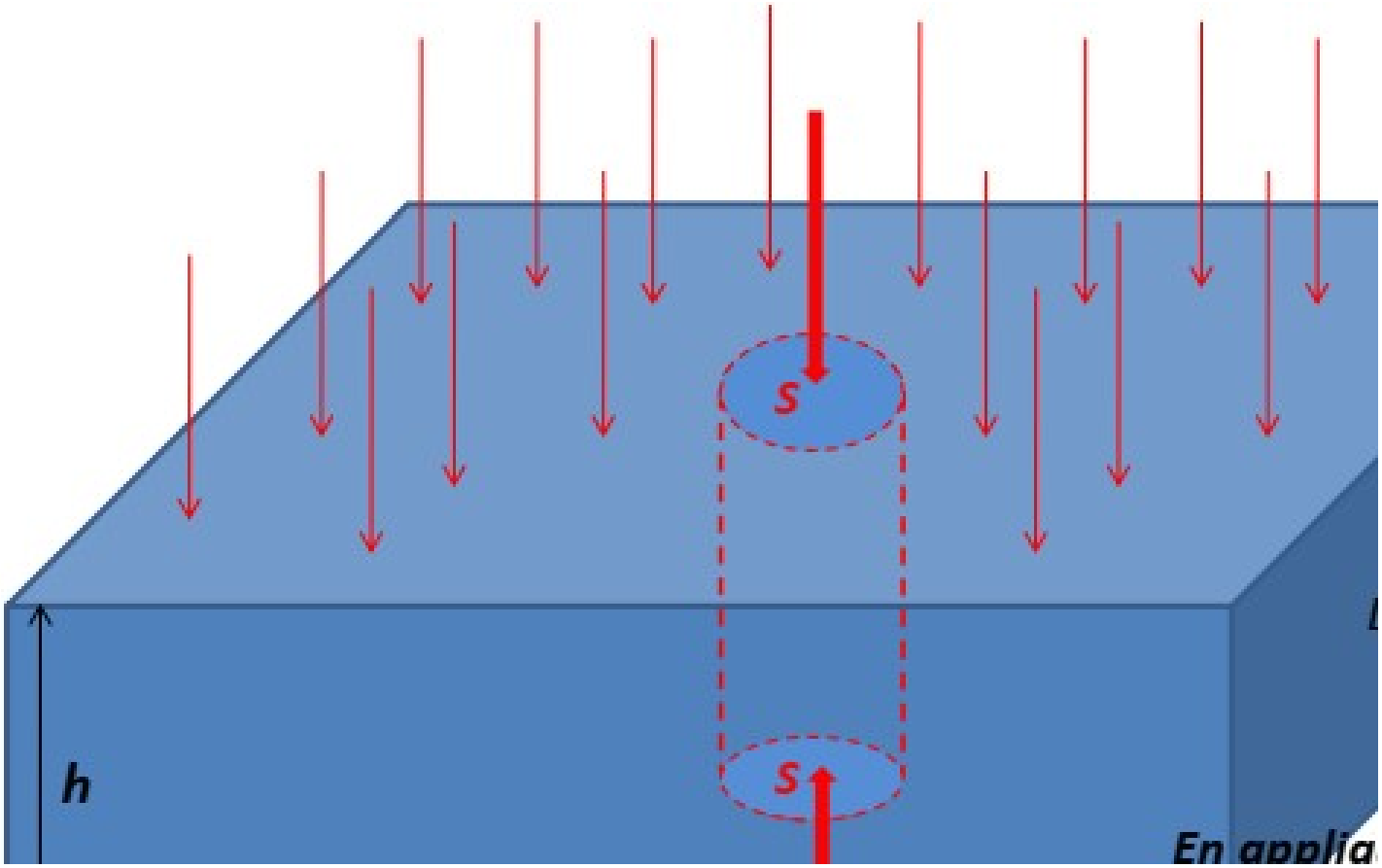
Cette correction est également liée à l'altitude du point de mesure. Comme il existe, en fait, un terrain de densité « d » sous le point de mesure, la valeur de la pesanteur va être augmentée par l'effet de son attraction. Il faudrait donc tenir compte de l'effet de la masse comprise entre le niveau de référence et le point de mesure.

La masse de cette tranche de terrain est approximée par une couche horizontale et homogène d'extension illimitée



Pour une pareille tranche de hauteur h, sont effet gravimétrique peut être obtenu en utilisant **le théorème de Gauss**.

Correction du Plateau



Comme l'effet du plateau fait augmenter g, il faudrait donc soustraire Δg_P . Donc cette correction est négative et vaut:

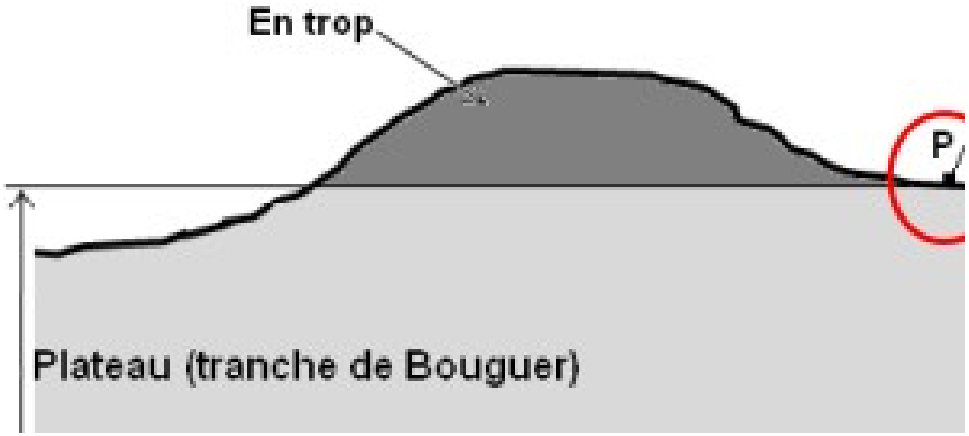
$$\Delta g_P = -0.0419dh$$

en

Correction du Relief (topographique)

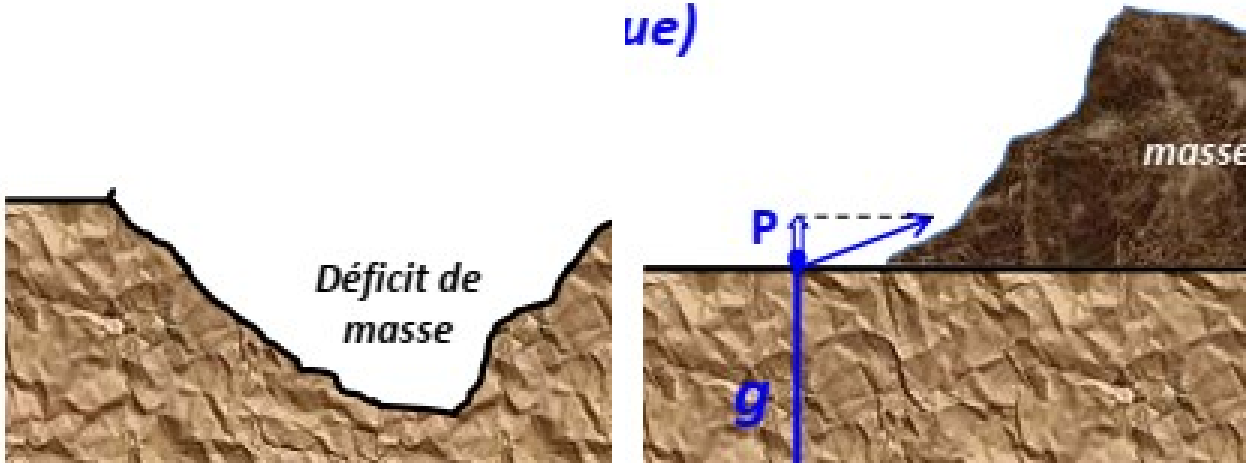
Pour la correction de Bouguer, nous avons considéré une tranche de terrain horizontale d'épaisseur égale à l'altitude du point de mesure. En réalité, la surface du sol n'est pas plane, il faudrait donc intégrer numériquement les parties qui dépassent et d autre 'autre part les parties qui manquent à la tranche de Bouguer.

- **Il faudrait compenser les effets des « bosses » et des « creux » du relief.**



- **Les corrections de terrain ont toujours le même signe.**

❑**En effet, une « bosse » ou un « creux » tendent tous deux à diminuer la valeur de g.**



Correction du Relief (topographique)

Le milieu de masse volumique Δρ exerce une attraction au point P dont le module de la composante verticale est :

$$\Delta g_t = G\Delta\rho \int \frac{dv}{r^2} \cos\alpha$$

r étant la distance entre un élément de volume dV et le point P.a est l'angle entre ***r et*** *la verticale au point P .*

$$\Delta g_t = G\Delta\rho \int_V \frac{z_o}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

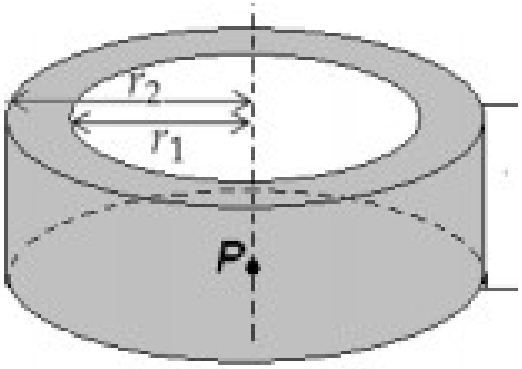
Pour les morceaux en trop, Z_o et Δρ sont positifs et pour les morceaux manquant, Z_o et Δρ sont négatifs. Ainsi, la correction de relief est toujours positive.

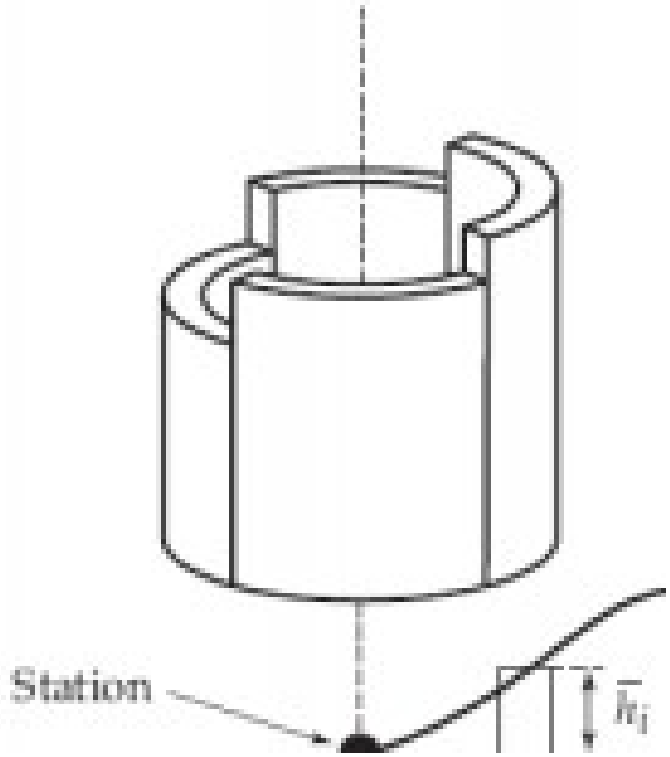
En général, l'intégration se fait numériquement au moyen d'un ordinateur, en utilisant des cartes topographiques numérisées

Correction du Relief (topographique)

- Pour simplifier les calculs, on peut discrétiser le terrain en couronnes concentriques, lesquelles eux-mêmes scindés en morceaux dont les sommets sont ajustés à la topographie moyenne.

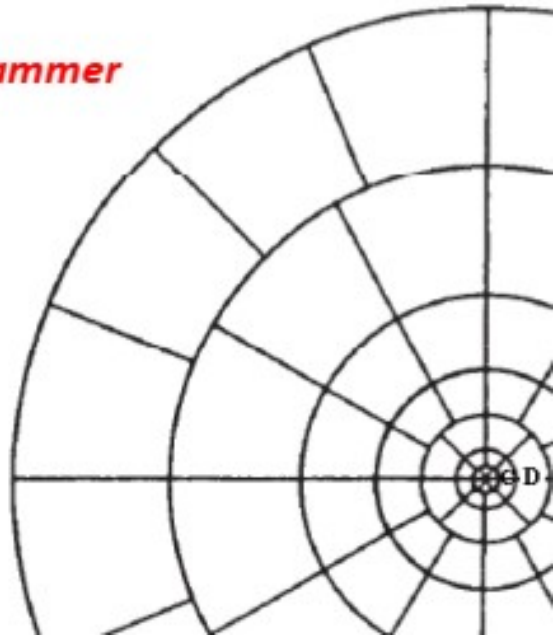
- L'expression donnant l'effet gravitationnel sur l'axe d'une couronne d'épaisseur $r_2 - r_1$ est la suivante.





Etant donné la symétrie du problème, L'effet d'une seule section de la couronne est égale à l'effet globale de toute la couronne divisé par le nombre de section par lequel la couronne a été divisée

Le réticule de Hammer



$$\Delta g_i = \frac{2\pi G\rho}{N_T}\left[r_2 - r_1 + \sqrt{r_1^2 -}\right.$$

En pratique, on utilise un réticule que l'on superpose aux cartes topographiques, ensuite on se refaire aux tables préparées par Hammer (et complétées par Bible) qui nous donnent, pour différentes valeurs de h, les corrections en mgal qu'il nous faut apporter pour chacun des secteurs du réticule.

Tables de Hammer pour la correction de relief ; densité : r

*Correction : $\sum t_i$ * 0.01 mGal*

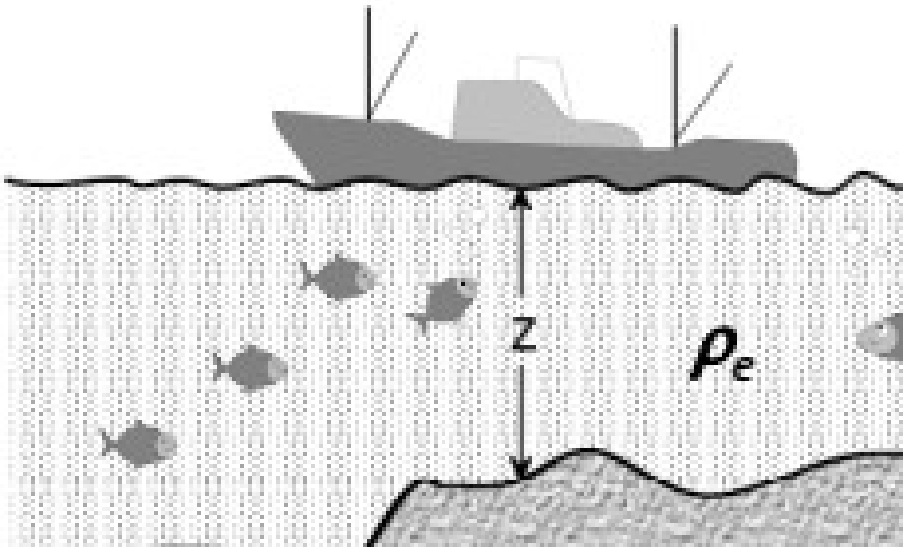
Zone	B	C	D	E	F	G	H	I
Secteurs	4	6	6	8	8	12	12	12
Rayon	2 à 16.5 m	16.6 à 53.3 m	53.3 à 170.1 m	170.1 à 390 m	390 à 895 m	895 à 1529 m	1529 à 2615 m	2615 à 4470 m
t_i	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m
0	0.0 à 0.3	0.0 à 1.3	0.0 à 2.4	0.0 à 5.5	0.0 à 8.2	0.0 à 17.6	0.0 à 22.9	0 à 30.
0.1	0.3 à 0.6	1.3 à 2.3	2.4 à 4.1	5.5 à 9.1	8.2 à 14.0	17.6 à 30.5	22.9 à 40.0	30.2 à 5
0.2	0.6 à 0.8	2.3 à 3.0	4.1 à 5.3	9.1 à 12.0	14.0 à 18.3	30.5 à 39.3	40.0 à 51.5	52.1 à 6
0.3	0.8 à 0.9	3.0 à 3.5	5.3 à 6.3	12.0 à 14.3	18.3 à 21.6	39.3 à 46.6	51.5 à 61.0	67.1 à 7
0.4	0.9 à 1.0	3.5 à 4.0	6.3 à 7.1	14.3 à 16.2	21.6 à 24.4	46.6 à 52.7	61.0 à 68.9	79.6 à 9
0.5	1.0 à 1.1	4.0 à 4.4	7.1 à 7.8	16.2 à 17.7	24.4 à 27.0	52.7 à 58.0	68.9 à 76.0	90.2 à 1
1	1.1 à 2.0	4.4 à 7.3	7.8 à 13.1	17.7 à 29.6	27.0 à 45.0	58.0 à 97.0	76.0 à 126	100 à 1
2	2.0 à 2.7	7.3 à 9.8	13.1 à 17.0	29.6 à 38.3	45.0 à 58.0	97.0 à 125.	126. à 163	164 à 2
3	2.7 à 3.5	9.8 à 11.9	17.0 à 20.2	38.3 à 45.4	58.0 à 68.0	125 à 148	163 à 193	213 à 2
4	3.5 à 4.2	11.9 à 13.8	20.2 à 23.1	45.4 à 51.8	68.0 à 77.0	148 à 158	193 à 219	253 à 2
5	4.2 à 5.0	13.8 à 15.6	23.1 à 25.7	51.8 à 57.6	77.0 à 86.0	158 à 186	219 à 242	287 à 3
6	5.0 à 5.7	15.6 à 17.4	25.7 à 28.1	57.6 à 62.9	86.0 à 94.0	186 à 202	242 à 263	317 à 3

Exemple: Cas de mesures réalisées en mer

• La valeur théorique de la pesanteur est pe établie en faisant l'hypothèse d'une terre solide. Il faut donc tenir compte du fait que l'attraction de la couche d'eau est moindre pr que celle d'une couche de « terre ».

$$A_{BS} = g_m - (g_0 - 0.041$$

$$= g_m - g_0 + 0.041\,9$$



Pour l'anomalie de Bouguer complète il faudra introduire des corrections de terrain qui correspondront aux irrégularités de la bathymétrie (topographie du fond océanique).

Effet gravimétrique des corps géologiques de géométrie simple

1. **Cas d'une sphère**

$$\Delta g_z = \Delta g \sin\theta = G\frac{M}{r^2}\frac{z}{r}$$

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta\rho \quad \text{and} \quad ,$$

$$\Delta g_z = \frac{4}{3}\pi G \Delta\rho R^3 \frac{z}{(z^2 + x^2}$$

$$A \quad (\Delta\rho R^3 \backslash \Gamma$$

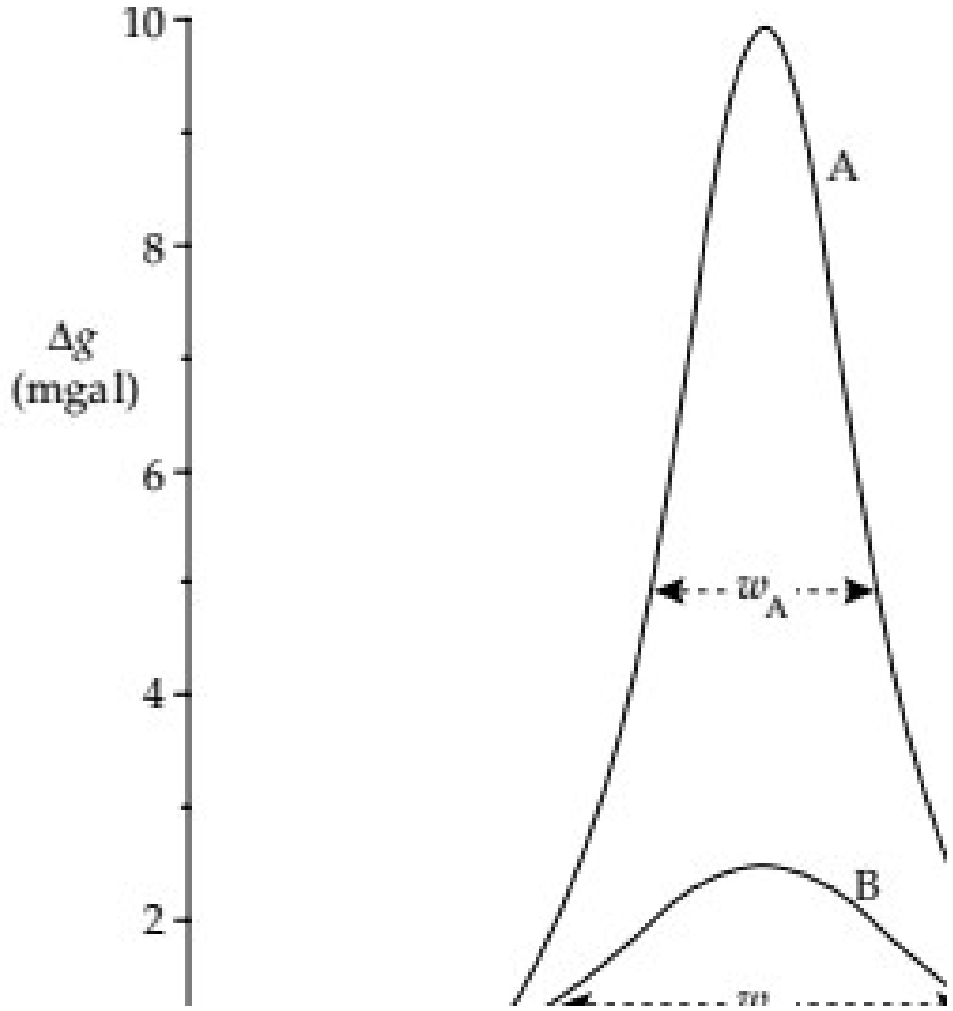
L'anomalie maximale se trouve à x = 0 et est égale :

$$\Delta g_0 = \frac{4}{2}\pi G\left(\frac{\Delta}{-}\right.$$

La distance entre les points d'inflexion de l'anomalie.

=

la profondeur du centre de la sphère.



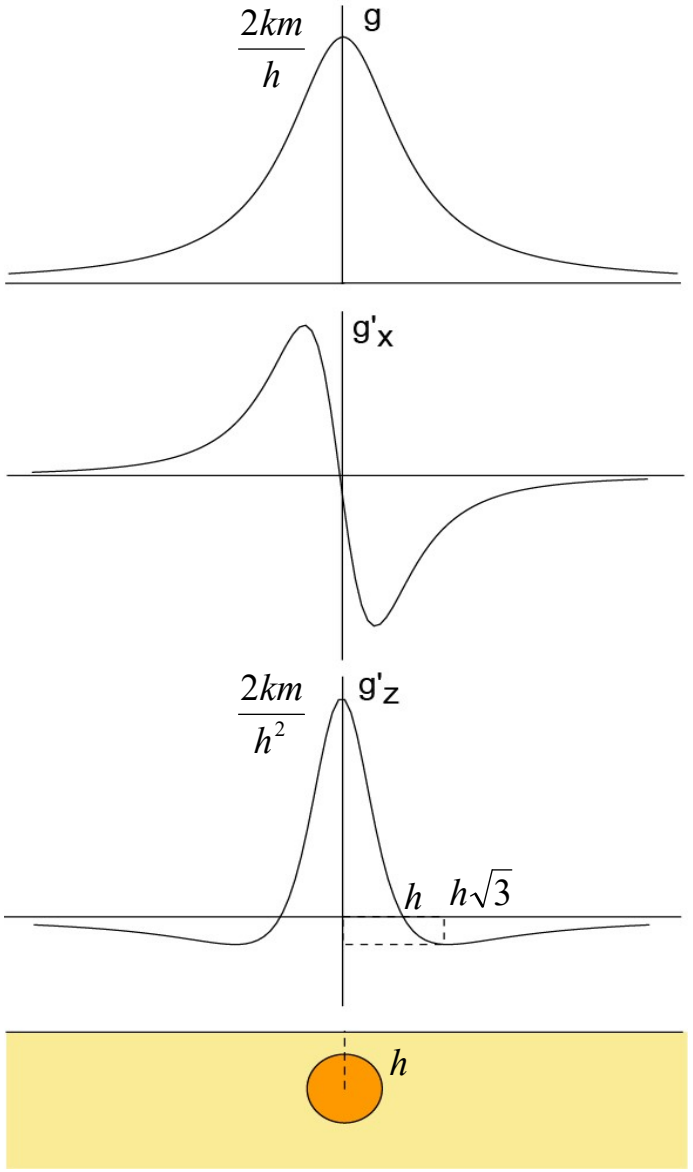
2. Cas d'un cylindre

$$g = \frac{2kmh}{\left(x^2 + h^2\right)}$$

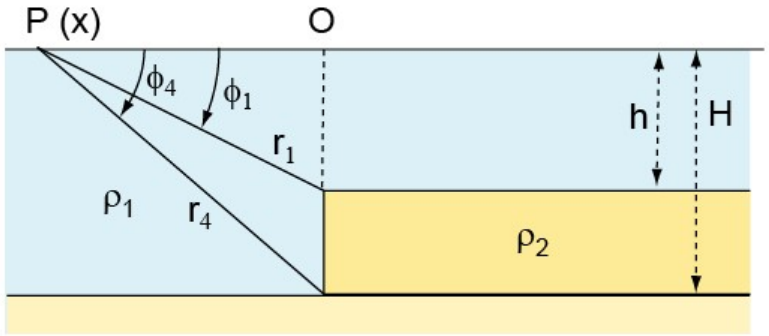
$$g'_x = -x\frac{4\pi km}{\left(x^2 + h^2\right)^2}$$

$$g'_z = -\frac{2km\left(x^2 - h^2\right)}{\left(x^2 + h^2\right)^2}$$

g'_z est le gradient vertical de g



3. effet gravimétrique d'une faille

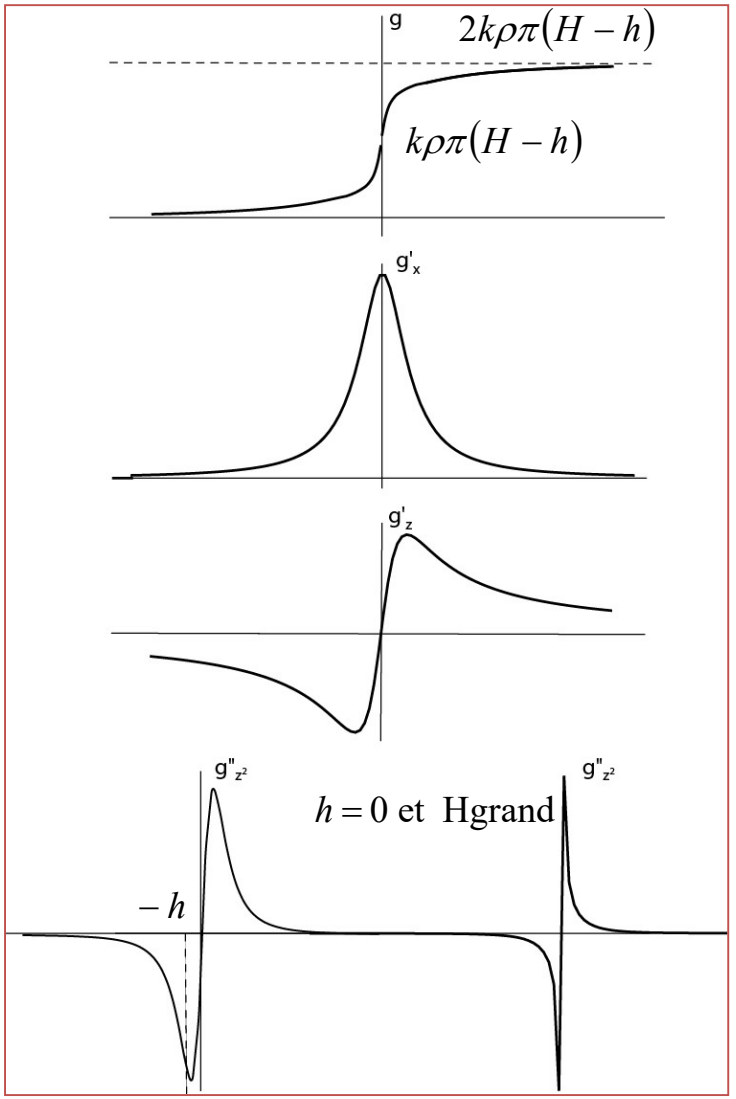


$$g = 2k(\rho_2 - \rho_1)\left[-h\varphi_1 + H\varphi_4 - xLog\frac{r_1}{r^4}\right]$$

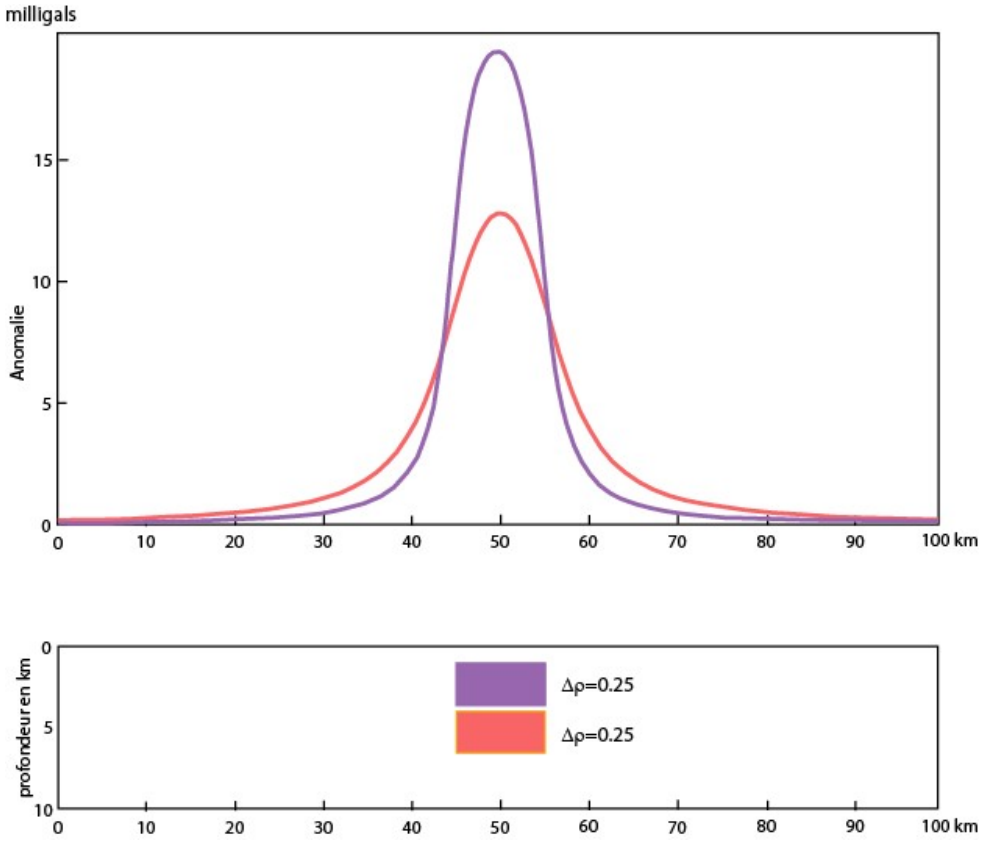
$$g'_x = 2k(\rho_2 - \rho_1)Log\frac{r_4}{r_1}$$

$$g'_z = 2k(\rho_2 - \rho_1)(\varphi_1 - \varphi_4)$$

$$g''_{z^2} = 2k(\rho_2 - \rho_1)\left(-\frac{\cos\varphi_1}{r_1} + \frac{\cos\varphi_4}{r_4}\right)$$



Effet de la profondeur sur l'anomalie gravimétrique



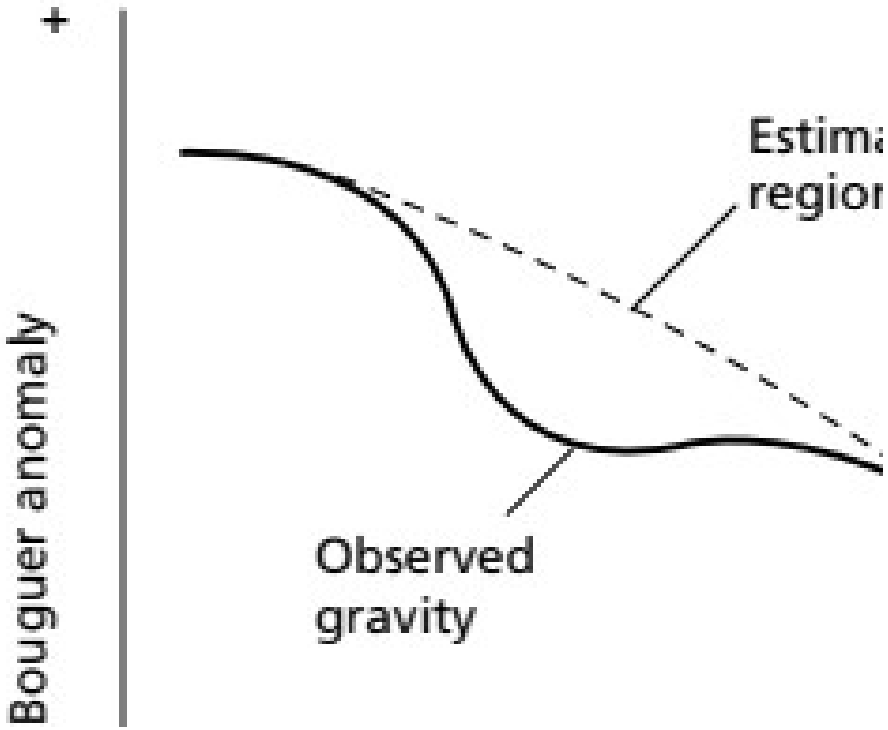
L'anomalie s'élargit et décroît en amplitude avec la profondeur

Anomalie régionale et séparation des sources

Anomalie **total =** ***Anomalie*** **régionale +*****Anomalie*** **résiduelle**

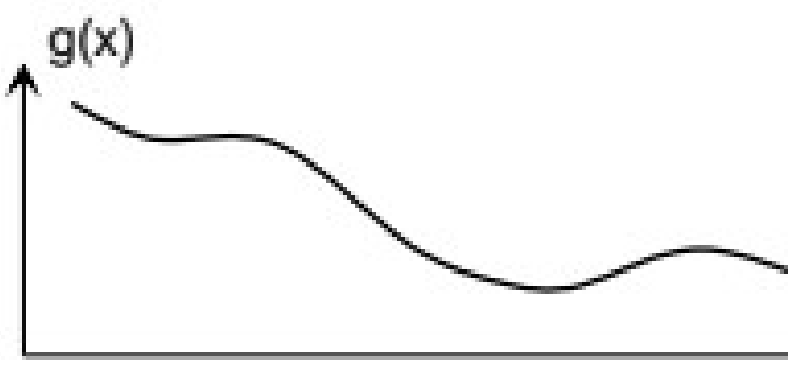
✓***Anomalie*** **régionale est obtenue par lissage de l'anomalie globale**

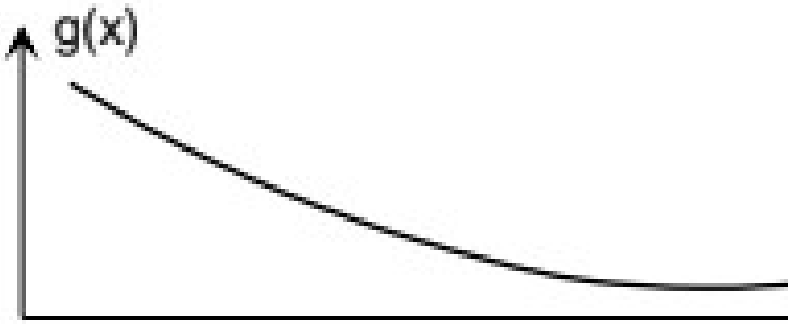
⇨($g_{résid} = g_{tot} - g_{rég}$)



Anomalie régionale et séparation des sources

- Le signal total figure en haut.
- L'anomalie régionale est au milieu et ,
- La résiduelle en bas.



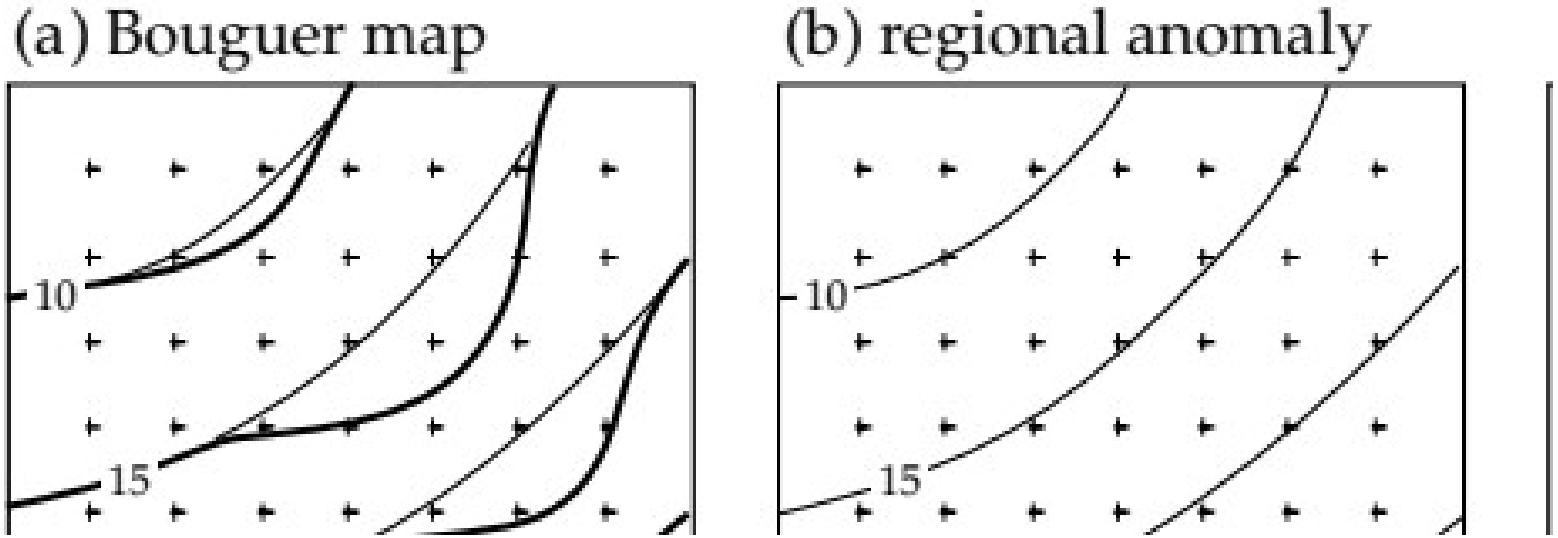


(*g*total = *g*régionale +*g*résiduelle)

⇨($g_{résid} = g_{tot} - g_{rég}$)

Anomalie régionale et séparation des sources

***Anomalie* total = *Anomalie* régionale +*Anomalie* résiduelle**

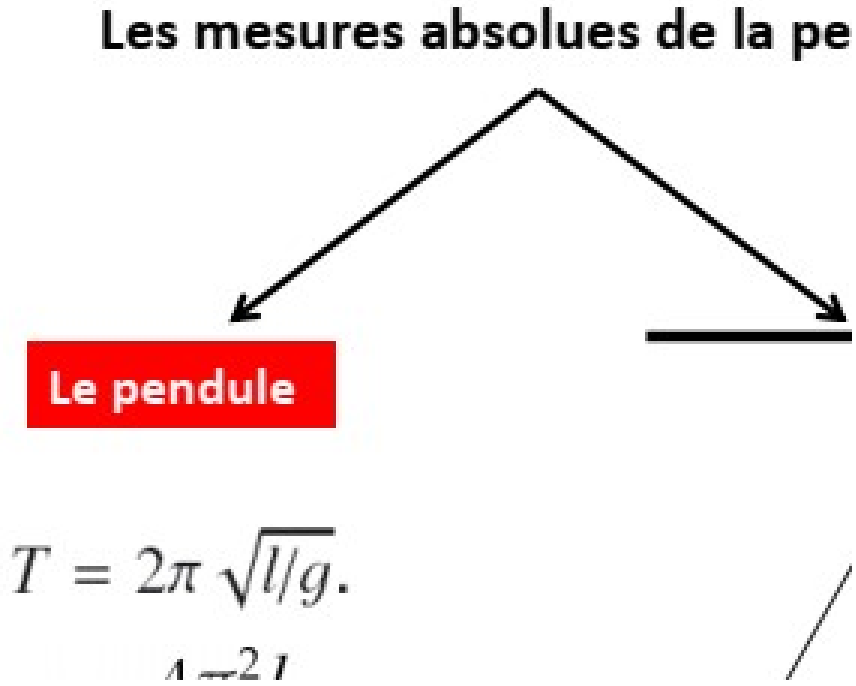


Les mesures de la pesanteur (Gravimètres)

Historiquement, les premières mesures gravimétriques ont été réalisées avec des pendules, il y a plus de 300 ans.

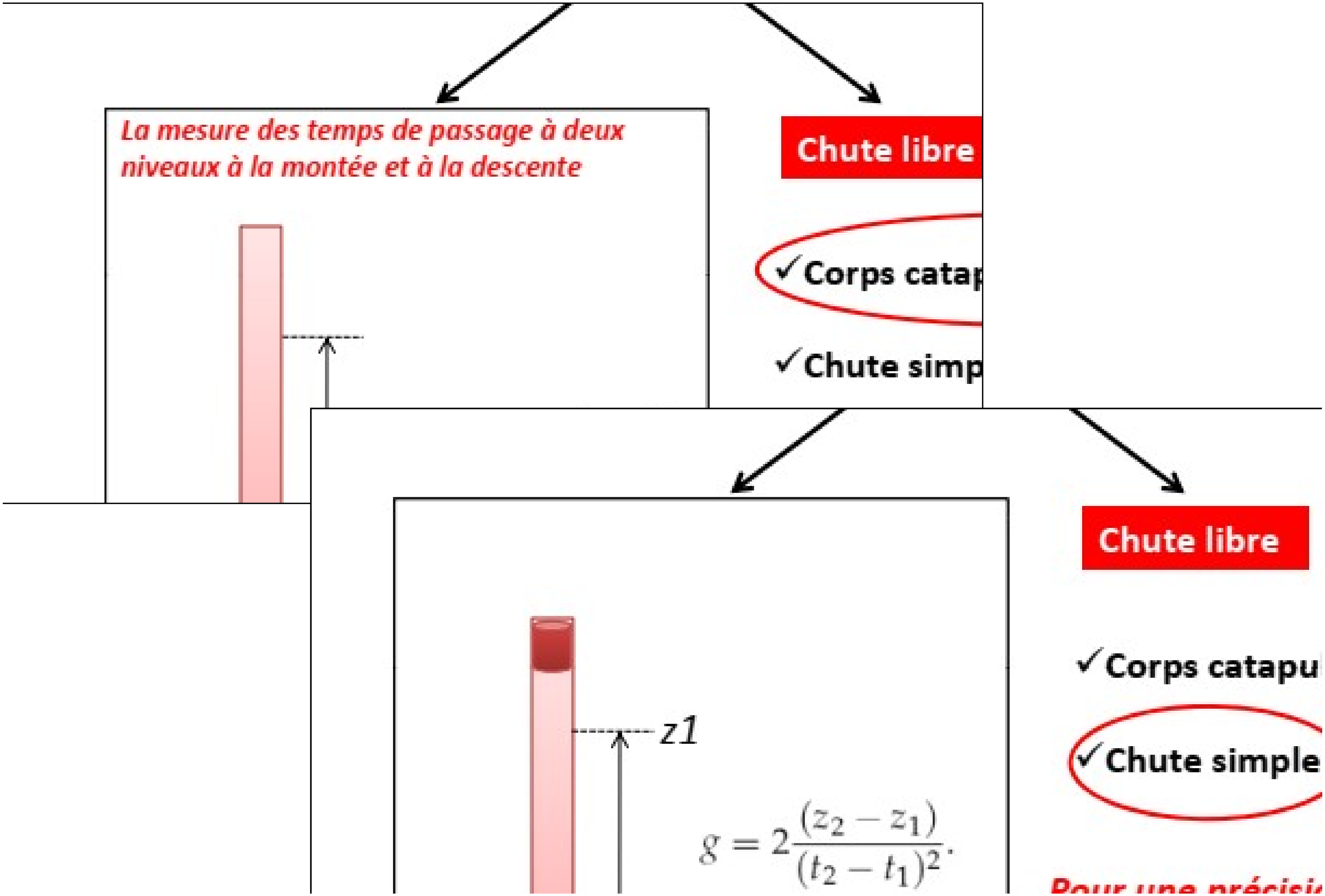
Il y a deux type de mesures:

1. **absolues.**
2. **relatives**



Précision faible ➔de l'ordre de 1 mGal.
Des pendules réversibles ont permis d'améliorer 10 fois la précision (0.1 mGal).

1. Les mesures absolues de la pesanteur



1. Les mesures absolues de la pesanteur

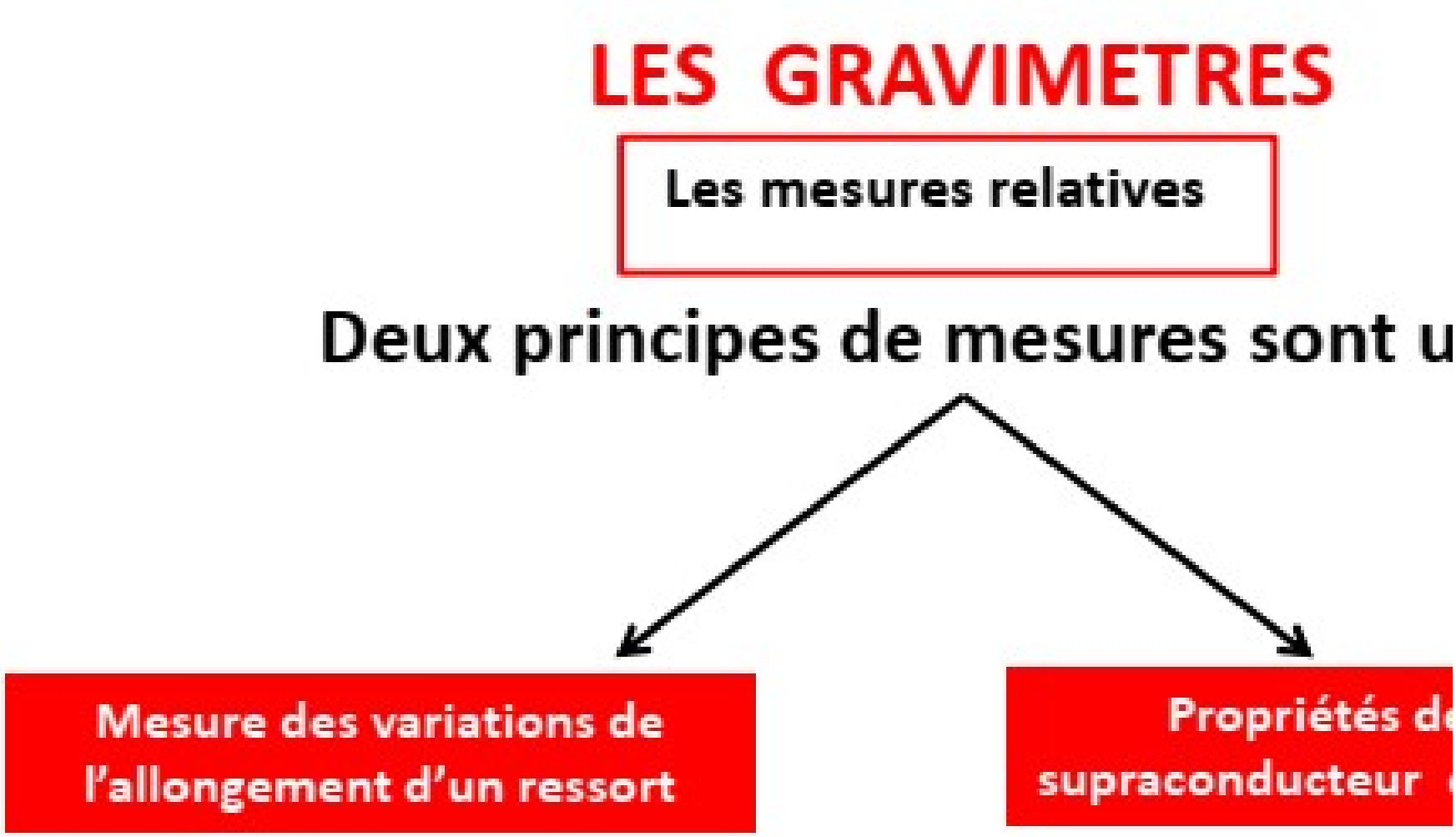
LES GRAVIMETRES

Les mesures absolues de la pesante

Chambre

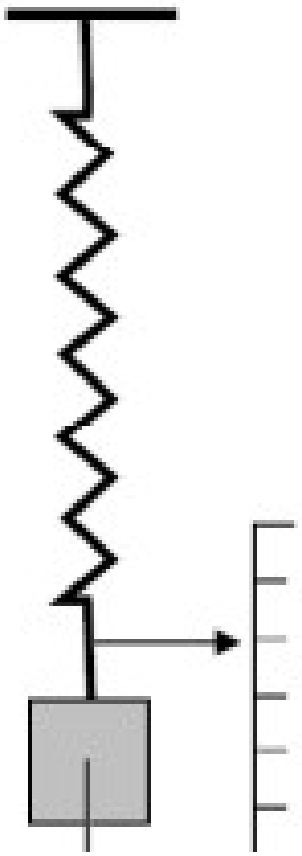
Interféromèt

2. Les mesures relatives



2. Les mesures relatives

Considérons un ressort vertical, avec une masse suspendue en bout.
En équilibre, la tension compense le poids et on a :



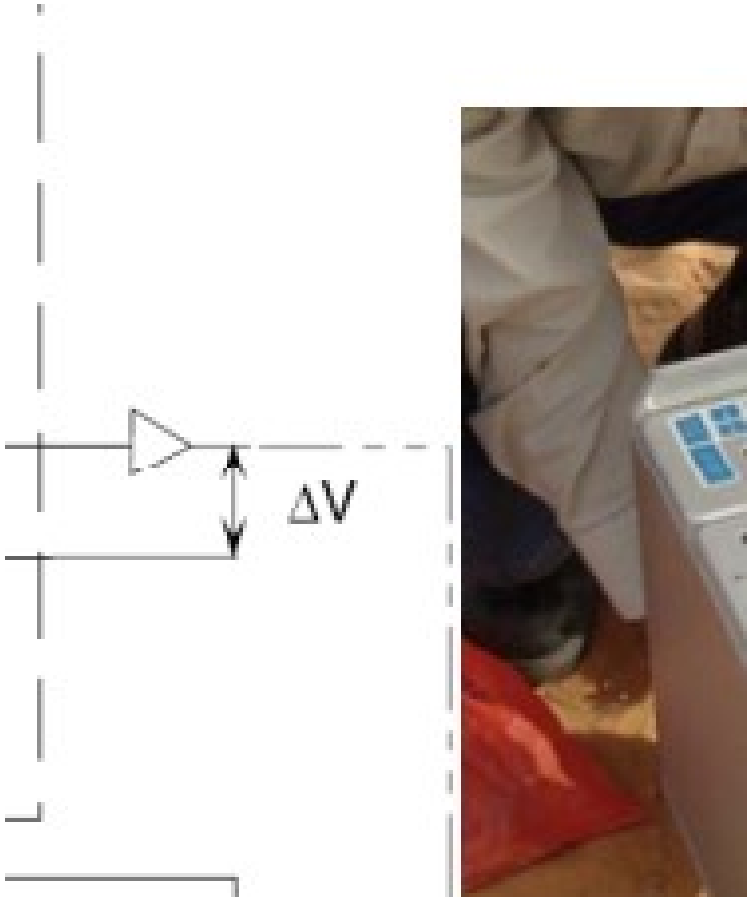
Constante de raideur

La longueur du ressort a

$$k(\ell - \ell_0) = mg$$

Il est intéressant de faire remarqu
aussi simple que celui-ci, on mesu
pesanteur de *1 mGal* pour une va
du ressort de 10^{-5} *cm*

2. Les mesures relatives



ISOSTASIE

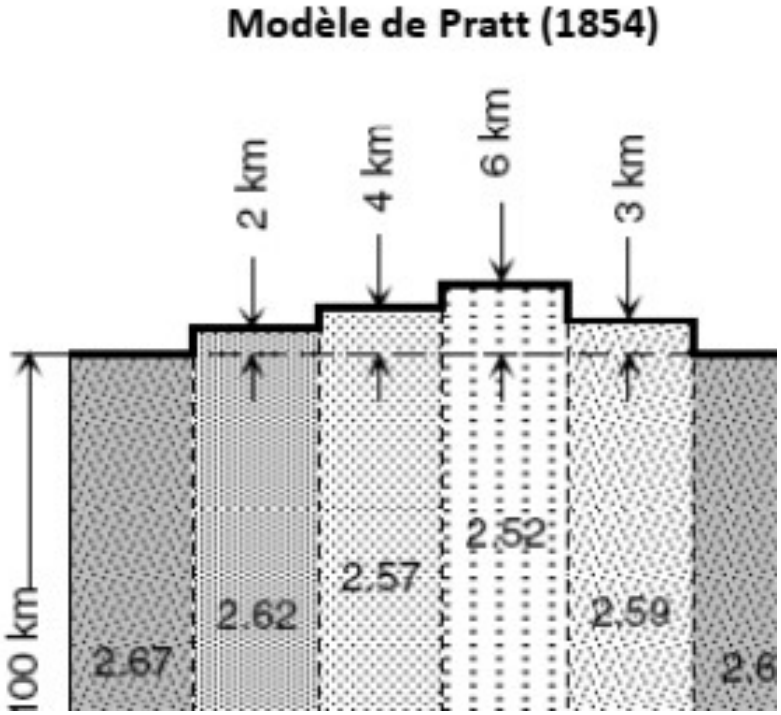
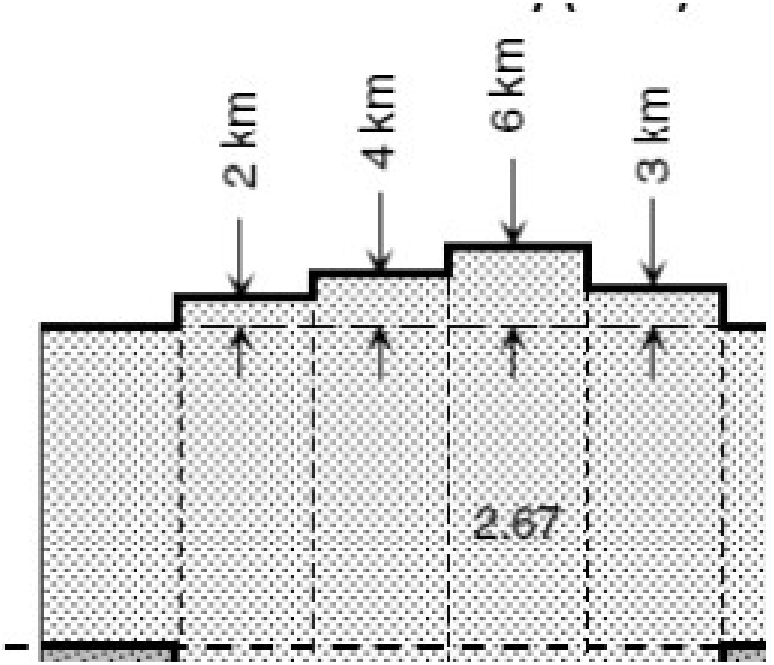
Caractère systématique des anomalies de Bouguer

L'examen de cartes d'anomalie de Bouguer à grande échelle montre qu'elles sont:

- faibles en valeur absolue sur les plaines de faible altitude
- positives sur les océans
- négatives sur les montagnes (augmentent en valeurs absolues avec l'altitude).

- Il existe deux modèle:

Modèle de Pratt (1854)



Modèle d'Airy (1855)