I.3. Etude géométrique des réseaux de points

La structure interne d'un cristal est représentée à travers ses motifs chimiques (atomes, ions ou molécules) et ses modèles géométriques (réseaux cristallins). Il est important de distinguer deux concepts : la structure cristalline et le réseau cristallin. Une structure cristalline est constituée d'atomes, d'ions ou de molécules disposés de manière ordonnée, tandis qu'un réseau cristallin est une représentation mathématique infinie de points, tous orientés de la même manière, où chaque point est associé à un groupe d'atomes répété périodiquement dans l'espace.

I.3.1. Réseau uni périodique (unidimensionnel)

Imaginons un point représentant un atome. Ce point peut être reproduit à l'infini par translation selon un vecteur a. Le résultat est une ligne infinie de points équidistants, appelée rangée de points.

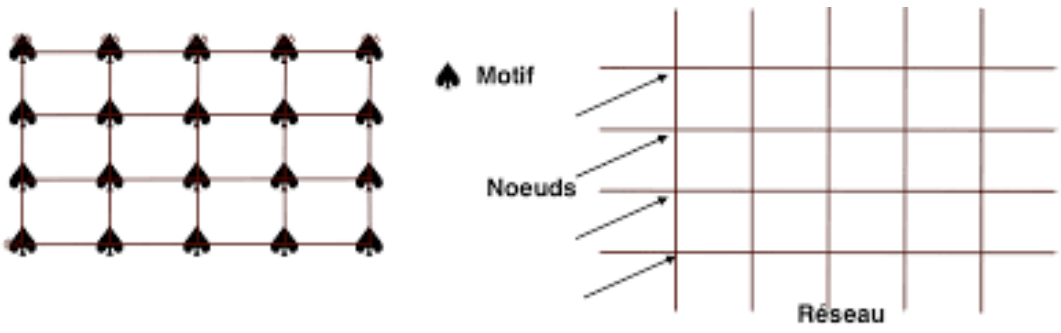
Ces points, appelés nœuds du réseau, définissent une direction spécifique, caractérisée par le vecteur a, appelé périodicité du réseau. L'origine O du réseau est choisie arbitrairement, et le réseau est défini par la translation :

$N = u \cdot \vec{a}$,

où u est un entier (positif, négatif ou nul) et a est la périodicité.

I.3.2. Réseau bi périodique (bidimensionnel)

Également appelé réseau plan, il s'agit d'un ensemble infini de points disposés de manière symétrique dans un plan. Ces points servent de base pour placer des motifs chimiques, créant ainsi un réseau en deux dimensions. Ce réseau est formé par l'intersection de deux familles de rangées parallèles et équidistantes, définies par des vecteurs $\vec{a}$, et $\vec{b}$,, qui ne sont pas nécessairement parallèles et forment un angle γ. Les points d'intersection de ces rangées constituent les nœuds du réseau.



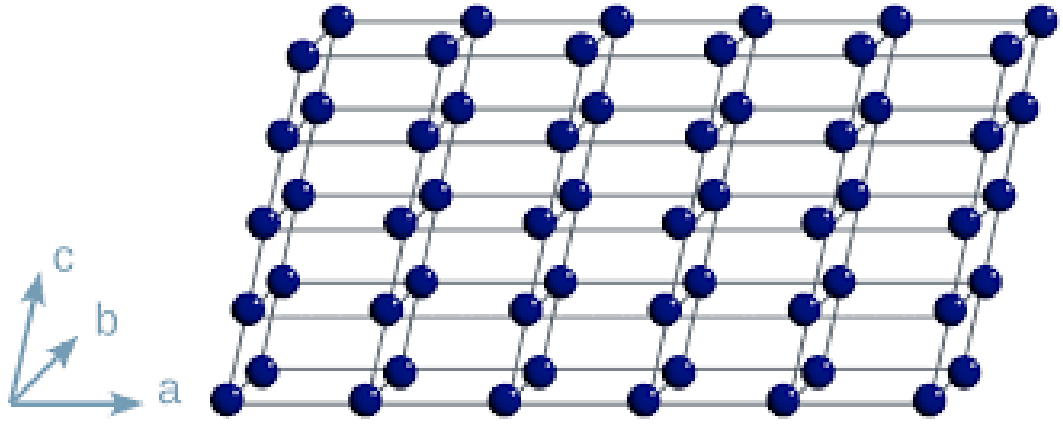
Le réseau est composé de mailles élémentaires, qui sont les plus petites unités répétitives du réseau. Une maille élémentaire est un parallélogramme délimité par quatre nœuds situés à ses sommets. Si la maille ne contient que ces quatre nœuds, elle est dite primitive ou simple. Si elle en contient davantage (à l'intérieur ou sur les arêtes), elle est appelée maille multiple.

En deux dimensions, il existe quatre types de mailles simples : le carré, le rectangle, le losange et le parallélogramme. Ces mailles sont définies par les longueurs des vecteurs a et b, ainsi que par l'angle γ qu'ils forment. Le réseau est défini par la translation :

$N = u \cdot \vec{a}, + v \cdot \vec{b},$

I.3.3. Réseau tripériodique (tridimensionnel)

Appelé réseau spatial, il introduit un troisième vecteur c, non colinéaire et non coplanaire avec a et b. Les vecteurs a, b et c définissent la maille élémentaire du réseau. Leurs longueurs (a, b, c) sont les périodicités du réseau, et les angles entre eux (α entre b et c, β entre c et a, et γ entre a et b) sont appelés paramètres de la maille.



Le réseau tridimensionnel est constitué de mailles élémentaires juxtaposées, chacune étant un parallélépipède délimité par huit nœuds situés à ses sommets. Si la maille contient plus de huit nœuds (à l'intérieur, sur les faces ou sur les arêtes), elle est qualifiée de maille multiple.

Le réseau est défini par la translation :

$N = u \cdot \vec{a}, + v \cdot \vec{b}, + w \cdot \vec{c},,$

où u, v et w sont des entiers (positifs, négatifs ou nuls), et a, b, c sont les périodicités du réseau.

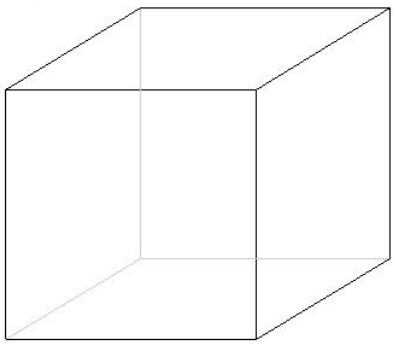
I.4. Les 7 systèmes cristallins

Les mailles cristallines qui forment un réseau en trois dimensions sont représentées par des parallélépipèdes définis par les périodicités a, b et c. Il existe sept types de mailles cristallines de base, chacune correspondant à l'un des sept systèmes cristallins. Ces systèmes sont déterminés par les différentes combinaisons possibles entre les paramètres linéaires (a, b, c) et les paramètres angulaires (α, β, γ) :

I.4.1. Cubique

Le système cristallin cubique, également appelé système "isométrique", se caractérise par sa symétrie totale. Il possède trois axes cristallographiques de même longueur, tous perpendiculaires entre eux. Chaque maille cubique comprend un nœud à chacun des quatre coins du cube.

Système cubique

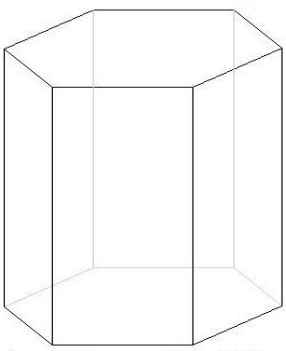


$a = b = c \quad / \quad \alpha = \beta = \gamma = 90°$

I.4.2. Hexagonal

Le système cristallin hexagonal est défini par quatre axes cristallographiques : trois axes horizontaux (ou équatoriaux) notés a, b et d, de même longueur et formant entre eux des angles de 120°, et un axe vertical c, perpendiculaire aux trois autres. L'axe c peut être plus court ou plus long que les axes horizontaux.

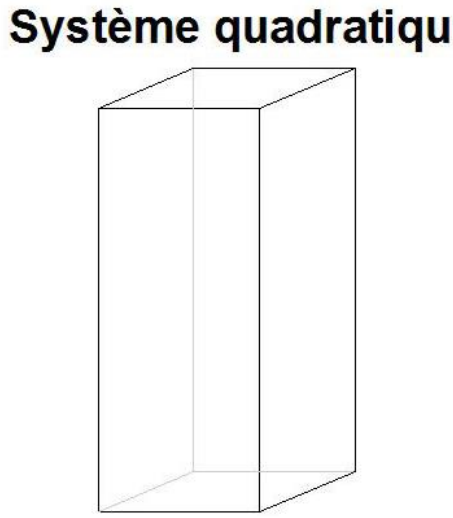
Système hexagonal



$a = b \neq c \quad / \quad \alpha = \beta = 90° \text{ et } \gamma = 120°$

I.4.3. Quadratique

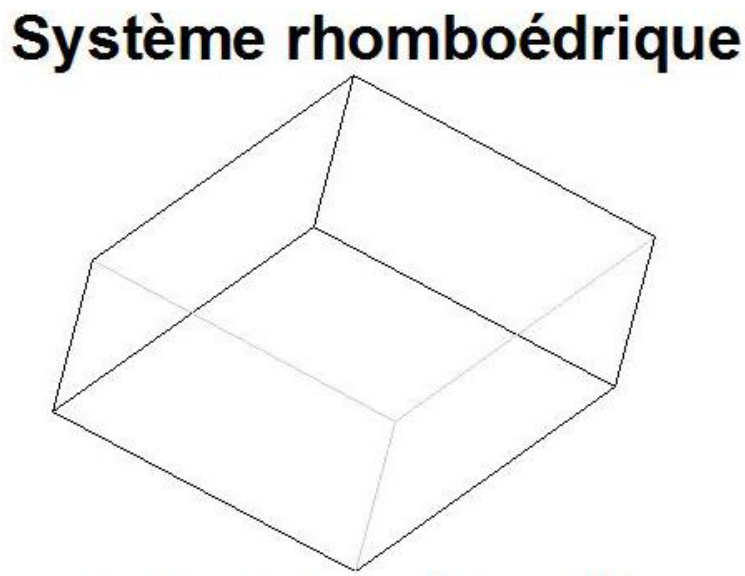
Un cristal tétragonal ressemble à un cube étiré le long de son axe c, formant ainsi un prisme rectangulaire. Sa base et son sommet sont carrés, mais sa hauteur est plus grande. En étirant davantage une maille cubique centrée, on obtient un autre type de réseau tétragonal.



$a = b \neq c \quad / \quad \alpha = \beta = \gamma = 90°$

I.4.4. Rhomboédrique

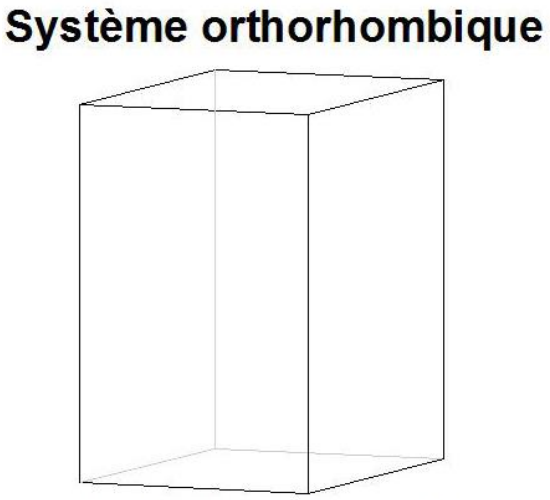
Un rhomboèdre (appelé aussi système trigonal) est une forme tridimensionnelle semblable à un cube, mais inclinée ou déformée, ce qui lui donne un aspect oblique. Ses six faces sont parallèles entre elles, et celles qui ne forment pas des angles droits sont appelées "rhombes". Un cristal rhomboédrique possède six faces, douze arêtes et huit sommets. Si tous les angles internes non obtus des faces sont égaux, il peut être qualifié de trigonal-trapézoèdre.



$a = b = c \quad / \quad \alpha = \beta = \gamma \neq 90°$

I.4.5. Orthorhombique

Les minéraux du système cristallin orthorhombique (ou rhombique) possèdent trois axes perpendiculaires entre eux, mais de longueurs différentes.



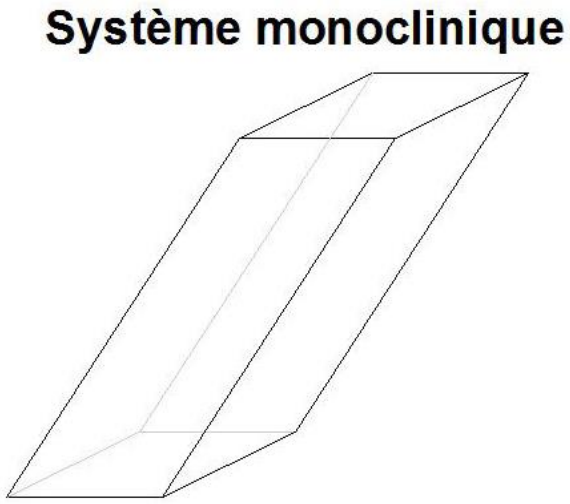
$a \neq b \neq c \quad / \quad \alpha = \beta = \gamma = 90°$

I.4.6. Monoclinique

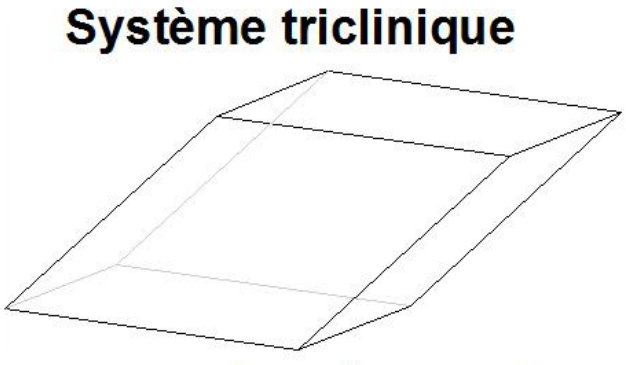
Les cristaux du système monoclinique ont trois axes de longueurs inégales. Les axes a et c sont inclinés l'un par rapport à l'autre selon un angle oblique, tandis que l'axe b est perpendiculaire aux deux autres. L'axe b est appelé axe "ortho".

I.4.7. Triclinique

Les cristaux du système triclinique possèdent trois axes cristallographiques de longueurs inégales, qui s'intercalent tous selon des angles obliques. Ce système présente une symétrie minimale (axe de symétrie d'ordre 1), sans plans miroirs ni prismes discernables.



$a \neq b \neq c \quad / \quad \alpha = \beta = 90° \text{ et } \gamma \neq 90°$



$a \neq b \neq c \quad / \quad \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$

I.5. Les 14 modes de réseaux de Bravais

En trois dimensions, il existe sept systèmes cristallins distincts, chacun pouvant être représenté par des mailles primitives ne contenant des nœuds qu'aux sommets (à l'exception du système hexagonal, qui est formé de deux mailles primitives en forme de losange).

En plus de ces systèmes, il existe sept autres systèmes cristallins qui incluent des nœuds supplémentaires, situés soit au centre de la maille, au centre des faces, ou au centre des bases. Ces variantes donnent lieu aux 14 réseaux de Bravais. En deux dimensions, on distingue quant à lui cinq réseaux de Bravais différents.

Le physicien français Auguste Bravais, en 1848, a démontré qu'il existe 14 arrangements possibles de points régulièrement espacés dans l'espace, où chaque point possède un environnement identique. En son honneur, ces arrangements ont été nommés réseaux de Bravais.

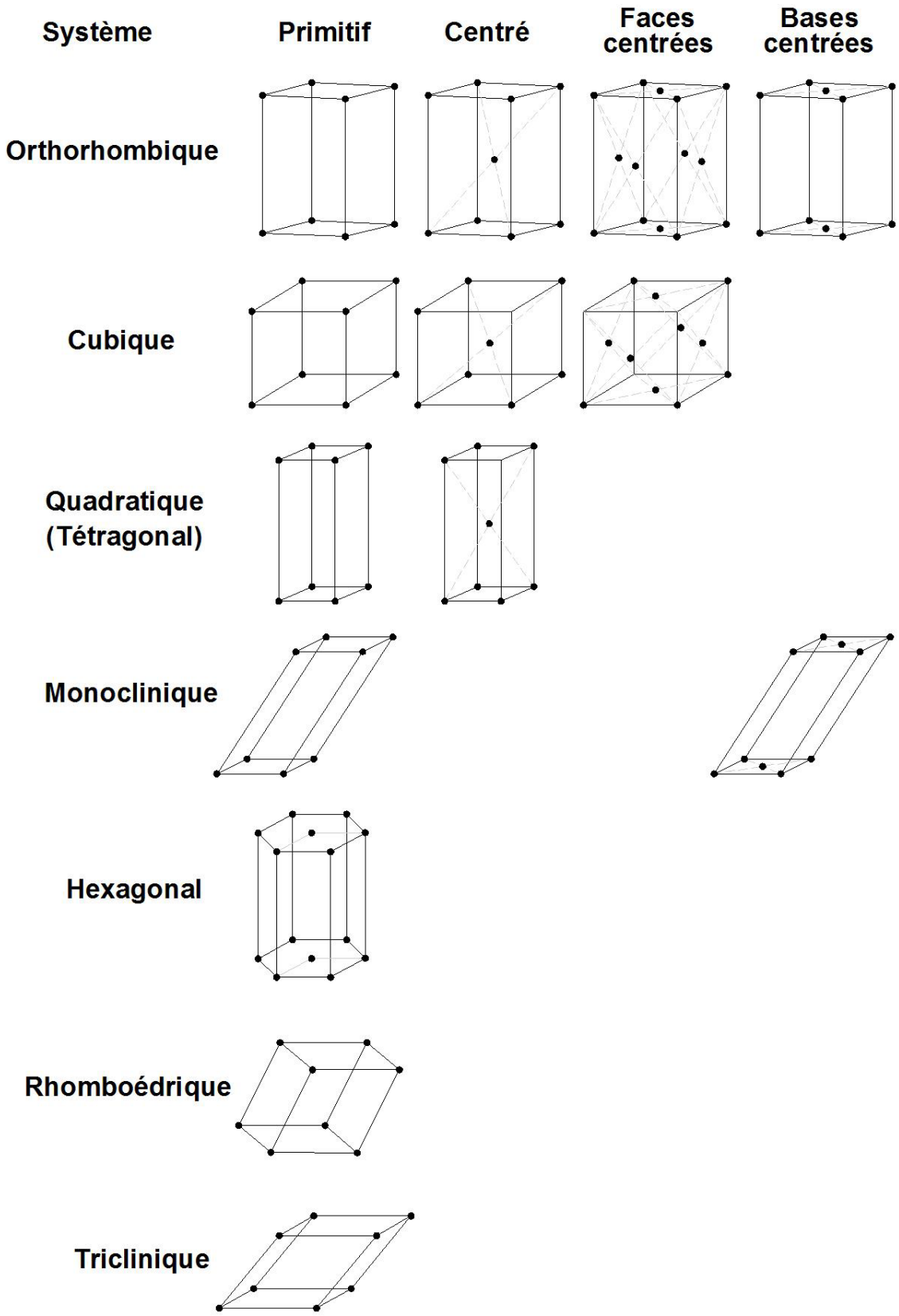
Auguste Bravais

Ces 14 réseaux représentent tous les modèles possibles pour organiser des structures périodiques répétitives dans un espace tridimensionnel (3D). Ils constituent l'ensemble des mailles répétitives pouvant exister dans un espace donné.

Les réseaux de Bravais décrivent la forme des mailles élémentaires (ou mailles simples) et leur arrangement dans l'espace, mais ils ne fournissent pas d'informations sur la nature chimique ou physique d'un cristal. Parmi les sept systèmes cristallins, certains ne possèdent pas de nœuds supplémentaires : c'est le cas des systèmes triclinique, rhomboédrique (trigonal) et hexagonal.

Par exemple, dans le système cubique, on distingue :

- Une maille primitive, où les atomes occupent uniquement les huit sommets.
- Une maille centrée, où un atome supplémentaire occupe le centre de la maille.
- Une maille à faces centrées, où des atomes occupent le centre de chaque face.
- Dans le système orthorhombique, en plus de la maille primitive, on trouve :
- Une maille avec un nœud au centre de la maille.
- Une maille avec des nœuds au centre des faces.

- Une maille avec des nœuds au centre des bases.

Le système monoclinique présente une maille primitive et une maille à bases centrées. Enfin, le système quadratique (tétragonal) comprend une maille primitive et une maille centrée, où un nœud occupe le centre de la maille.