

Serie N° 4

Exo 1 Soit X une variable aléatoire de la fonction caractéristique

Soient $\phi_X(t) = k e^{1-4|t|} \quad t \in \mathbb{R}$

- 1) Déterminer la valeur de k .
- 2) Déterminer la densité de probabilité de X .

Exo 2

Soient X et Y deux v.a. indépendantes de loi $\mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$

et $\mathcal{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$ respectivement

1) Calculer la fonction caractéristique de X

2) Démontrer que la loi de la v.a. $Z = X + Y$ est $\mathcal{N}(\mu_x + \mu_y, \sigma_x^2 + \sigma_y^2)$

Exo 3

soit $X \sim \mathcal{P}(\lambda) \quad (\lambda > 0)$

1) Calculer la fonction caractéristique ϕ_X de X

2) Soit $Y = (X_1, \dots, X_n)$ un vecteur de v.a. indép de la loi de Poisson de paramètre λ .

* Déterminer la loi de la v.a. $Z = \sum_{i=1}^n X_i$