الميدان	العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية والعلوم المالية والمحاسبة وعلوم التسيير	الفرع	العلوم المالية والمحاسبة
التخصص	مالية المؤسسة	المستوى	ماستر
السداسي	الأول	السنة الجامعية	2025/2024
التعرف على المادة التعليمية			
اسم المادة	إدارة المحافظ المالية	وحدة التعليم	الأساسية

المحور الثالث: الحد الكفؤ (المحافظ الكفأة) (The Efficient Set)

1. مجموعة الفرص الكفأة لعدد كبير من الأصول الخطرة

تُعرَّف مجموعة الفرص الكفأة لعدد كبير من الأصول الخطرة على أنها مجموعة المحافظ التي تُقدّم أقصى عائد ممكن لمستوى معين من المخاطرة، أو أدنى مستوى من المخاطرة لعائد معين .في حالة وجود عدد كبير من الأصول، تعتمد المجموعة الكفأة على التباين المشترك بين الأصول ومعدلات العائد المتوقعة .يمكن صياغة هذا المفهوم رياضيًا باستخدام معادلات تعتمد على المصفوفات.

- **العائد المتوقع لمحفظة من (n) أصل**

$$E(Rp) = \Sigma\ wi * E(Ri)$$

:حيث

- E(Rp): العائد المتوقع للمحفظة.
- wi: الوزن النسبي للأصل i في المحفظة.
- E(Ri): العائد المتوقع للأصل i.

- **التباين لمحفظة من (n) أصل**

$$\sigma^2p = \Sigma\ wi^2\sigma i^2 + \Sigma\ \Sigma\ (wi * wj * \sigma ij)$$

:حيث

- wi، wj: الأوزان النسبية للأصول i و j.

- σi²: التباين للأصل i.

- σij: التباين المشترك بين الأصلين i و j.

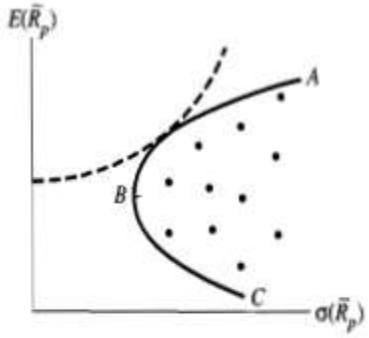


Figure 5.14 The investment opportunity set with many risky assets.

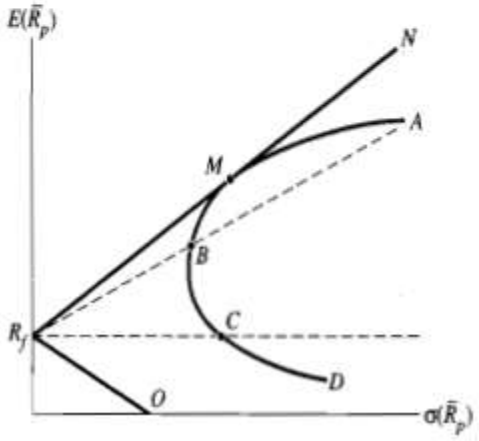


Figure 5.15 The efficient set with one risk-free and many risky assets.

2. مجموعة الفرص الكفأة في حالة وجود أصل مالي خالٍ من المخاطر

عند إضافة أصل مالي خالٍ من المخاطر، تتحول المجموعة الكفأة إلى خط مستقيم يُعرف بخط السوق المالي (Capital Market Line). يُعتبر خط السوق المالي امتدادًا خطيًا للمجموعة الكفأة، حيث يتم دمج الأصول الخطرة مع الأصل الخالي من المخاطر لتحقيق توازن مثالي بين العائد والمخاطرة.

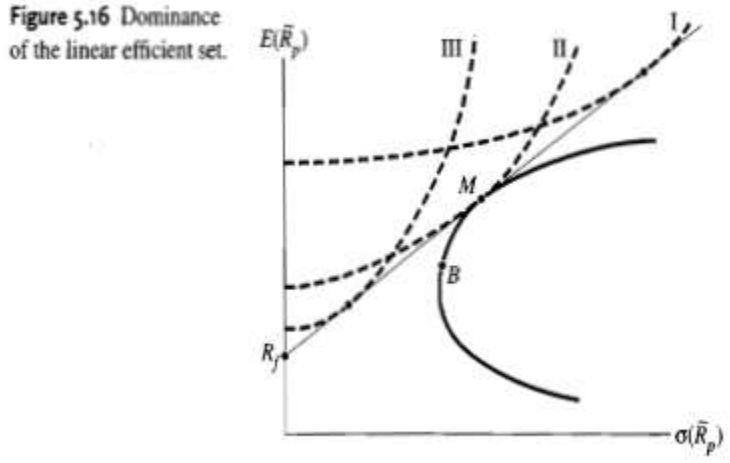
معادلة خط السوق المالي

$$E(Rp) = Rf + [(E(Rm) - Rf) / \sigma m] * \sigma p$$

حيث:

- E(Rp): العائد المتوقع للمحفظة.

- Rf: معدل العائد الخالي من المخاطر.
- E(Rm): العائد المتوقع للسوق.
- σm: المخاطرة للسوق.
- σp: المخاطرة للمحفظة.



3. منحنيات المنفعة وخط السوق المالي

منحنيات المنفعة تُظهر تفضيلات المستثمرين للعائد مقابل المخاطرة .كل مستثمر لديه مستوى مختلف من التحمل للمخاطرة، مما يعني أن منحنيات المنفعة تختلف من شخص لآخر .يُظهر خط السوق المالي العلاقة المثلى بين العائد والمخاطرة عندما يتضمن الاستثمار أصولًا خالية من المخاطر.

دالة المنفعة:

$$U = E(Rp) - (1/2) * A * \sigma^2p$$

حيث:

- U: مستوى المنفعة.
- E(Rp): العائد المتوقع للمحفظة.
- A: معامل تجنب المخاطرة للمستثمر.
- σ^2p: التباين الخاص بالمحفظة.

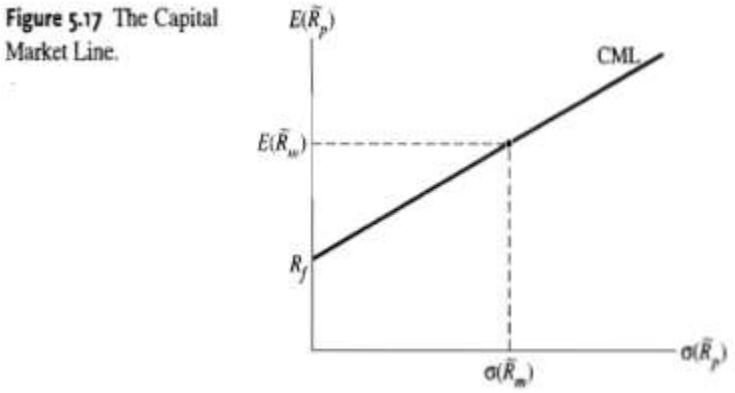


Figure 5.17 The Capital Market Line.

4. المحفظة ذات أقل تباين

عند النظر في أصلين ماليين خطيرين وأصل مالي خالٍ من المخاطر، يمكن حساب المحفظة ذات أقل تباين باستخدام التوزيع الأمثل للأوزان بين الأصول الخطرة والخالية من المخاطر.

الصيغة الرياضية لتحديد الأوزان المثلى هي:

الوزن في الأصل ذو المخاطرة الأول (X)

$$w_X = (\sigma^2_Y - \rho * \sigma_X * \sigma_Y) / (\sigma^2_X + \sigma^2_Y - 2 * \rho * \sigma_X * \sigma_Y)$$

الوزن في الأصل ذو المخاطرة الثاني (Y)

$$w_Y = 1 - w_X$$

الوزن في الأصل الخالي من المخاطرة

$w_f = 0$ (لأن التركيز فقط على الأصول ذات المخاطرة).

حيث:

- σ^2_X: التباين الخاص بالأصل X.
- σ^2_Y: التباين الخاص بالأصل Y.
- ρ: معامل الارتباط بين الأصلين X و Y.