تحليل السلاسل الزمنية

(في مجال التكرار ومجال الزمن)

بسم الله الرحمن الرحيم

الطبعة الأولى

٢٠١٦م

المملكة الأردنية الهاشمية

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية

تحليل السلاسل الزمنية

الدكتور : زين العابدين البشير

دار الجنان للنشر والتوزيع

عمان – العبدلي - مجمع جوهرة القدس التجاري – ط(M)

- هاتف: ٤٦٥٩٨٩١ ٦ ٠٠٩٦٢ تلفاكس: ٤٦٥٩٨٩٢ ٦ ٠٠٩٦٢
- موبايل: ٧٩٥٧٤٧٤٦٠ ٠٠٩٦٢ موبايل: ٧٩٦٢٩٥٤٥٧ ٠٠٩٦٢
- هاتف السودان – الخرطوم ٩١٨٠٦٤٩٨٤ ٠٠٢٤٩
- ص.ب ٩٢٧٤٨٦ الرمز البريدي ١١١٩٠ العبدلي
- البريد الإلكتروني: **dar_ jenan@yahoo.com**

daraljenanbook@gmail.com

تحليل السلاسل الزمنية

(في مجال التكرار ومجال الزمن)

الدكتور

زين العابدين عبدالرحيم البشير

أستاذ في الإحصاء – جامعة النيلين

مقدمة

تتوفر كثير من البيانات في شكل مشاهدات مأخوذة حول ظاهرة ما في فترات زمنية متتالية. مثل هذه "السلاسل الزمنية" – كما تسمي – تحوى عادة في ثناياها معلومات متنوعة عن الظاهرة محل الدراسة. ويهدف التحليل الإحصائي للسلسلة الزمنية لاستخلاص أكبر قدر ممكن من هذه المعلومات. بصفة خاصة ، يمكن أن يقود التحليل لمعرفة التغيرات التي تؤثر على السلسلة الزمنية من حيث طبيعتها ومدى تأثيرها. كما أننا قد نتمكن من التوصل لنموذج (أى تصور مبسط) للكيفية التى نتجت بها القيم المشاهدة في السلسلة. مثل هذا النموذج لا يتيح الفرصة لفهم أعمق لمسار الظاهرة مع الزمن فحسب ، وانما أيضاً يسمح بالتنبؤ بالقيم المستقبلية لها.

وفى هذا الكتاب محاولة للتعريف بالطرق الأساسية المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية والتى نشط البحث فيها بصفة خاصة في النصف الثاني من القرن العشرين. وقد تمثل ذلك في الأعمال الرائدة لأشخاص مثل بوكس ، جنكنيز ، انجلز ، هولت ، وينترز وغيرهم ممن أثرى المعرفة في هذا المجال. ولابد أن نتذكر هنا أيضاً ونحن نتحدث عن الانجازات – الرواد المؤسسين الذين وضعوا اللبنات الأولى لهذا الفرع من الإحصاء في نهاية القرن التاسع عشر وبدايات القرن العشرين وأبرزهم ثايل ، شستر ويول.

ولأن الهدف الأساسي للكتاب هو إضافة مقدمة باللغة العربية في تحليل السلاسل الزمنية تتيح للقارئ التعرف على التقنيات الأساسية المتوفرة في هذا المجال ، فقد كان لابد أن يتسم تناول المواضيع فيه بدرجة توائم بين الشمول والعمق. ولهذا سيجد القارئ نفسه متنقلاً بين طرق تقوم على مفاهيم بسيطة (مثل طرق التجزئة) وطرق متقدمة (مثل نمازج أريما).

وبين تقنيات تستند إلى مجرد الحدس والمنطق وأخرى تقوم على نظريات إحصائية مثبتة.

ولا يتطلب استيعاب مادة الكتاب ، بشكل عام ، إلماماً بطرق إحصائية أو رياضية متقدمة . وهو يصلح بمقتضى المواضيع التى تناولها كمرجع لمادة على مستوى البكالوريوس لطلاب الإحصاء كما يصلح كمرجع مساعد لمادة على مستوى الماجستير في السلاسل الزمنية.

ولابد أن أشير وأنا أعرف بالكتاب إلى الجهد المميز الذي بذله الأستاذ طارق رحمة محمد في طباعة وإخراج الكتاب حتى انتهي إلى الشكل الذي هو عليه الآن.

واختم بحمد الله تعالى على كل ما تفضل به من نعمائه علينا

المؤلف

الباب الأول

مفاهيم أساسية

١,١ السلسلة الزمنية Time series

يمكن تعريف السلسة الزمنية بأنها مجموعة من المشاهدات التى حدثت بالتتالي مع الزمن. وإذا كانت المجموعة متصلة توصف السلسة الزمنية بأنها سلسلة زمنية متصلة continuous time series. أما إذا كانت متقطعة فإنها تسمى سلسلة زمنية متقطعة discrete time series. وفي هذا الكتاب سنهتم فقط بالسلاسل الزمنية المتقطعة ، وتحديداً التي تؤخذ فيها المشاهدات في فترات زمنية متتالية ومتساوية. والفترة المقصودة هنا قد تكون سنة ، شهر ، يوم ، ثانية ...الخ. ومن أمثلة السلاسل الزمنية الدخل القومي لبلد لعدد من السنوات المتتالية ، ودرجات الحرارة في عدد من الساعات.

ويرمز للمشاهدات في سلسلة حجمها n ب $Y_1,Y_2,...,Y_t...,Y_n$ حيث Y_t قيمة الظاهرة في الزمن t. ويمكن النظر للقيم المشاهدة في السلسلة الزمنية كتحقق realization معين لعملية تصادفيه خفية هي المسئولة عن النمط المشاهد في السلسلة.

من ناحية أخرى ، قد يمكن معرفة القيم المستقبلية للسلسلة الزمنية تماماً من خلال صيغة رياضية محددة. نصف السلسلة الزمنية في هذه الحالة بأنها محددة deterministic time series. أما إذا كنا لا نستطيع التعبير عن القيم المستقبلية للسلسة الزمنية إلا من خلال عبارات احتمالية ، أي لا يمكن التأكد مما ستكون عليه القيم ، فإن السلسلة الزمنية توصف بأنها سلسلة زمنية إحصائية statistical time series. وهذا النوع الأخير من السلاسل الزمنية هو ما نسعى لدراسته.

١,٢ تحليل السلسلة الزمنية Time- series analysis

هناك عادة هدفان لتحليل السلسلة الزمنية: معرفة طبيعة السلسلة الزمنية واستخدامها للتنبؤ.

١,٢,١معرفة طبيعة السلسلة الزمنية

هذا الهدف يسعى إليه من يرغب في معرفة النمط الذي تعكسه السلسلة الزمنية ونوع التغيرات التى تحتويها. وهنا تبرز أسئلة مثل : هل تحوى السلسلة الزمنية تغيرات موسمية تتكرر بفترات ثابتة ؟ هل للسلسلة اتجاه عام بشكل ما تسلكه ؟ ... الخ.

تاريخياً هناك منهجان في هذا الإطار .الأول ينظر للسلسلة الزمنية على أنها ناتجة عن عدة أنواع (عادة أربعة) من التغيرات. ويهدف التحليل لعزل وقياس (ما يمكن قياسه من) هذه التغيرات ، عن طريق تجزئه التغير الكلى في قيم السلسلة الزمنية إلى مكونات. كل مكون يمثل نوعاً من التغيرات.

والطرق التى تستخدم في هذا المنهج تسمى طرق التجزئة **decomposition methods**. وتنبثق هذه الطرق كلها من الطريقة الأساسية المسماة طريقة التجزئة التقليدية **the classical decomposition method**.

أما المنهج الثاني فيعتبر السلسلة الزمنية ناتجة عن موجات جيب خفيه ذات أطوال وتكرارات مختلفة. ويهدف التحليل في هذه الحالة لاكتشاف الموجات ذات التأثير الأكبر على السلسة الزمنية، وتحديد أطوالها وتكراراتها. ويتحقق ذلك من خلال ما يسمى بالتحليل الطيفي **spectral analysis** .

١,٢,٢التنبؤ من السلسلة الزمنية

عندما يكون الهدف هو التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة الزمنية ، يكون التركيز على الاستفادة من النمط الذي تبرزه القيم الحالية والماضية (التاريخية) للسلسلة في التوصل لنموذج رياضي يمثل بدرجة معقولة ذلك النمط ، حتى يمكن استخدامه في التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة.

والنموذج المعنى قد يستند فقط على قيم السلسلة الزمنية ، فيوصف في هذه الحالة بأنه نموذج سلسلة زمنية **time- series model** ، وقد يعتمد على متغيرات أخرى يعتقد أن لها دوراً في النمط المشاهد في السلسلة الزمنية ، فيشار إليه بأنه نموذج سببي **causal model**.

ومن أهم نماذج السلاسل الزمنيةِ نماذج التمهيد الأسى ونماذج أريما. بينما تمثل نماذج الانحدار ونماذج الاقتصاد القياسي مثالاً للنماذج السببية.

١,٣ تحرير السلسلة الزمنية Editing of a time series

يسبق تحليل السلسلة الزمنية تحريرها أو تعديلها إذا كان ذلك ضرورياً لإزالة التأثيرات على قيمها الناتجة عن الاختلافات في التقويم الزمني ، الأسعار وحجم السكان... الخ. كما يجب مراعاة أن تكون قيمها قابلة للمقارنة في الأزمنة المختلفة.

فبالنسبة للتقويم الزمني ، وبما أن أشهر السنة ليست كلها لها نفس العدد من الأيام فإن ذلك قد يدخل أثراً على سلسلة زمنية أخذت بياناتها على أساس شهري. مثلاً إذا كان المتغير حجم المبيعات الشهرية من سلعة ، فإن حجم مبيعات يناير قد يزيد عن حجم مبيعات فبراير لمجرد الاختلاف في عدد الأيام بالشهرين. في هذه الحالة يجب تعديل حجم المبيعات لتصبح على أساس فترة زمنية ثابتة الطول. ويتم ذلك بقسمة مجموع كل شهر بعدد أيامه وضرب الناتج في ٣٠,٤١٦٧ وهو متوسط عدد الأيام للشهر في السنة غير الكبيسة (٣٦٥ يوم). للسنة الكبيسة (٣٦٦ يوم) يتم الضرب في ٣٠,٥ .

من ناحية أخرى إذا كانت السلسلة عبارة عن قيم (القيمة هي السعر مضروباً في الكمية) بالجنيه ، وتهمنا التغيرات في الكميات ، فيجب تعديل السلسلة بقسمة القيم برقم قياسي مناسب للأسعار . وبما أن الرقم القياسي للبيانات السنوية مثلاً ، يعطى مقياساً للسعر في كل سنة مقارنة بالسعر في سنة أساس ثابتة ، فإن القسمة عليه تعمل على أن تكون البيانات على أساس سعر ثابت .

في متغيرات مثل حجم الناتج القومي قد تكون الزيادة مع الزمن مضللة كمؤشر للتطور الإقتصادى إذا لم نضع في الاعتبار التغير في حجم السكان. في مثل هذه الحالة ينبغي تعديل السلسلة ليكون الناتج للفرد الواحد وذلك بقسمة الناتج الكلي على حجم السكان الكلي.

وأخيراً من الضروري مراعاة أن تكـون البيانـات في الفـترات المختلفـة قابلـة للمقارنة بمعني أنها جمعت على نفس الأسس. فمثلاً في البيانات التى تم جمعهـا في فـترة طويلة قد نجد أن بعض التغير قد طرأ على التعريف أو طريقة العرض مثلاً. فقد تكون البيانات كانت تعطى في شكل مجموع ثم أصبحت تعطي في شكل متوسط.

خطه الكتاب يتناول الباب الثاني طرق التجزئة مع التركيز على الطريقة التقليدية . ومادة هذا الباب لا تتطلب خلفيـة إحصـائية ويمكـن أن تـدرس مـع مـادة في مبـادئ الإحصاء أو مادة على مستوى البكالوريوس في السلاسل الزمنية.

الباب الثالث يتعرض بإيجاز للتحليل الطيفي الذي ينظر للسلسة الزمنية كنتاج لموجات جيب خفيه. ويعتبر التحليل الطيفي تحليلاً للسلسلة الزمنية في مجال التكرار.

أما الأبواب الرابع والخامس والسادس فيتنـاولان بعـض نمـاذج التنبـؤ الهامـة ويمثلان تحليلاً للسلسلة في مجال الزمن.

الباب الرابع تضمن طرق التمهيـد بينمـا يحـوى البابـان الخـامس والسـادس النمـاذج المستقرة والغير مستقرة بالترتيب.

وفي الباب السابع عرضاً موجزاً لنماذج أخرى ذات طبيعة خاصة مثـل نمـاذج الدالة التحويلية والسلاسل الزمنية المالية ، كما يتم التعرض لنظرية التحكم.

الباب الثاني

طرق التجزئة

٢,١ مقدمة

استخدمت طرق التجزئة (أو التفكيك) منذ فترة طويلة كأدوات لتحليل السلسلة الزمنية بهدف معرفة طبيعتها. وهي تنبثق جميعها من طريقة التجزئة التقليدية **the classical decomposition method** والتي يطلق عليها أحيانا أيضا أسم طريقة النسبة للمتوسط المتحرك **ratio-to-moving average** لأنها اكتسبت شهرة وشيوعاً بعد ظهور فكرة النسبة للمتوسط المتحرك في العشرينات من القرن العشرين رغم أن تطبيقها لا يتطلب بالضرورة استخدام هذه النسبة.

وتسعى طرق التجزئة لتحقيق ثلاثة أهداف عامة. الهدف الأول هو عزل أو قياس التغيرات المختلفة التي تؤثر على السلسلة الزمنية. ثانياً تعديل السلسلة الزمنية بإزالة التغيرات الموسمية (إن كانت) والطارئة بحيث يمكن تبين سلوك السلسلة في المدى البعيد بوضوح أكثر ودون أن تحجبه التغيرات الموسمية والعشوائية. أما الهدف الثالث لطرق التجزئة فهو تحسين التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة عن طريق وضع التغيرات الموسمية والدورية في الحسبان.

وفي هذا الباب سنتعرض بتفصيل لطريقة التجزئة التقليدية وباختصار لطرق التجزئة الأخرى. ذلك أن طريقة التجزئة التقليدية هي الأساس والطرق الأخرى مجرد محاولات لتحسين التقديرات فيها.

٢,٢ طريقة التجزئة التقليدية

تفترض هذه الطريقة أن قيم السلسلة الزمنية تكون عادة خاضعة لأربعة أنواع من التغيرات أو المكونات وهي التغيرات الناتجة عن الاتجاه العام ، التغيرات الموسمية ، التغيرات الدورية والتغيرات الغير منتظمة.

ونستعرض فيما يلي بإيجاز ما يعنيه كل من هذه المصطلحات:

٢,٢,١ الاتجاه العام (T) Secular trend

يقصد بالاتجاه العام السلوك العام للمتغير (الذي تمثله السلسلة) في المدى الطويل . والاتجاه العام للسلسلة قد يكون للأعلى أو للأسفل أو قد يكون أفقياً وقد يكون خطياً يمكن تمثيله بخط مستقيم أو غير خطى يمكن تمثيله بمنحنى. وتعنى الملاحظة الأخيرة أن الاتجاه العام قد يغير اتجاهه ، ولكن ذلك إن حدث يحدث بعد فترة طويلة ويبقي في الاتجاه الجديد لفترة طويلة كذلك. نرمز للاتجاه العام بالحرف "T".

٢,٢,٢ التغيرات الموسمية (S) Seasonal variations

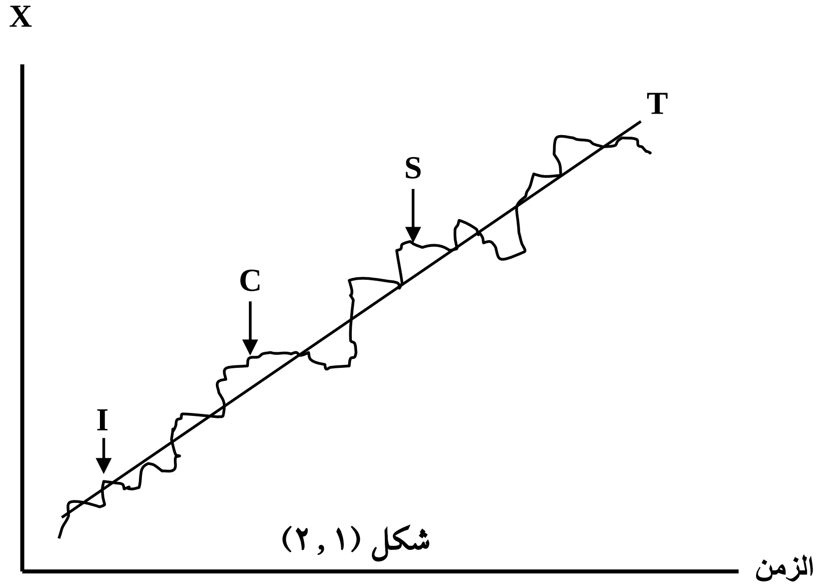
هذه تغيرات تكون في شكل زيادة أو نقصان تتكرر في فترات زمنية معينة بطول فترة تكرار ثابت. ومن أمثلة ذلك حجم المبيعات الشهرية لسلعة الثلج والتي تزيد في أشهر الصيف وتقل في أشهر الشتاء بفترة تكرار ١٢ أشهراً. والفترة الزمنية للتغيرات الموسمية أقل من سنة : شهر ، ربع سنة ، ... الخ. ونرمز للتغيرات الموسمية بالحرف "S".

٢,٢,٣ التغيرات الدورية (C) Cyclical variations

كما هو الحال في التغيرات الموسمية ، تأخذ التغيرات الدورية شكل زيادة أو نقصان يتكرر مع الزمن. ولكنها تختلف عن التغيرات الموسمية في أن فترة التكرار طويلة (عادة عدة سنوات) وغير ثابتة. ومن أمثلة التغيرات الدورية الدورات التجارية **trade cycles** والتي تكون في شكل عدد من سنوات الكساد يليها عدد من سنوات الرخاء. نرمز للتغيرات الدورية بالحرف "C".

٢,٢,٤ التغيرات غير المنتظمة (C) Irregular variations

ويقصد بها كل التغيرات الأخرى التي لا تنتمي للأنواع الثلاثة المذكورة أعلاه. وتؤثر على السلسلة الزمنية. وتنتج عادة عن أسباب طارئة غير معروفة وتظهر في رسم السلسلة في شكل تعرجات صغيرة. وسنرمز فيما يلي لهذا النوع من التغيرات بالحرف "I".



شكل (١ , ٢)

رسم لسلسلة زمنية إفتراضية

يوضح شكل (١ , ٢) رسم لسلسلة زمنية افتراضية تحوي الأنواع الأربعة حيث يمثل الخط المستقيم (T) الاتجاه العام للسلسلة ، الموجة المتوسطة (S) التأثير الموسمي ، الموجة الكبيرة (C) التأثير الدوري والتعرجات الصغيرة (I) التغيرات غير المنتظمة.

٢,٢,٥ النموذج الضربى والنموذج الجمعى Multiplicative & additive models

التساؤل الذي يفرض نفسه في طريقه التجزئة هو التالي : إذا كانت القيم المشاهدة في السلسلة الزمنية هي نتاج لتأثير مصادر التغير I, C, S, T ، فكيف تؤثر هذه التغيرات عليها ؟ هناك تصوران أو نموذجان يعبران عن الكيفية التي تؤثر بها المصادر الأربعة على السلسلة الزمنية وهما النموذج الجمعى والنموذج الضربي .

إذا كانت Y_t القيمة في السلسلة الزمنية في الزمن t فإن النموذج الجمعى يفترض أن Y_t هى نتيجة لحاصل جمع آثار المصادر الأربعة في الزمن t ، أى

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t$$

حيث T_t ، S_t ، C_t و I_t هى آثار الاتجاه العام ، الأثر الموسمي ، الأثر الدوري والأثر العشوائي (غير المنتظم) في الزمن t بالترتيب. ووفق هذا النموذج فإن الآثار الموسمية ، الدورية وغير المنتظمة تمثل انحرافات كمية حول الاتجاه العام ، كما أنها مستقلة عن بعضها.

أما النموذج الضربي – وهو الأكثر استخداماً – فيعتقد فيه أن القيمة Y_t ناتجة عن حاصل ضرب الآثار المختلفة :

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t$$

ونلاحظ لا حقاً أن المكونات الأربعة تعطى في النموذج الجمعى بالوحدات الأصلية بينما في الضربي يمثل الاتجاه العام فقط بالوحدات الأصلية. أما الثلاثة الأخرى فتكون في شكل نسبة.

ونتناول فيما يلي كيفية قياس التغيرات الناتجة عن الاتجاه العام ، التغيرات الموسمية والتغيرات الدورية ، مع ملاحظة أن التغيرات الدورية لا يمكن عادة قياسها بدقة لعدم انتظام فترة تكرارها ولأن قياسها يتطلب الماماً بالتغيرات الاقتصادية في المدى الطويل. أما التغيرات غير المنتظمة فلا يمكن قياسها ولكن يمكن فقط عزلها بعد قياس الآثار الأخرى. وسيتم التركيز في النقاش على النموذج الضربي لأنه الأكثر استخداماً كما ذكرنا ، ونشير في المواقع المناسبة لما ينبغي فعله إذا كان النموذج جمعياً.

من ناحية أخري تجدر الإشارة إلى أن طريقة التجزئة لا تقوم على نظرية إحصائية وإنما أساساً على الحدس والبداهة.

٢,٢,٦ قياس الاتجاه العام

هناك حالتان للاتجاه العام : اتجاه عام خطى واتجاه عام غير خطى .

٢,٢,٦,١ الاتجاه العام الخطى

إذا كان الاتجاه العام خطياً فإنه يمكن أن يمثل بالخط المستقيم

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث $\hat{y}$ القيمة الاتجاهية (أى القيمة من خط الاتجاه العام) المقابلة للوحدة الزمنية x . وإذا تم رسم خط الاتجاه العام فإن a ستمثل الجزء المقطوع من المحور الرأسى بينما تمثل b ميله .

وتتوفر عدة طرق لإيجاد خط الاتجاه العام لسلسلة زمنية وتحديداً لإيجاد قيم a و b التى تحدد الخط تماماً. وتتباين هذه الطرق من حيث البساطة والدقة. وسنتعرض فيما يلي لأكثرها استخداماً وهي طريقة المربعات الصغرى.

أفرض أن Y و X متغيران يمثلان قيم السلسلة والوحدات الزمنية بالترتيب وأن العلاقة بين قيمة السلسلة في الزمن t ، y_t والوحدة الزمنية x_t تأخذ الشكل

$$y_t = \alpha + \beta x_t + e_t \qquad t = 1,2,\dots,n$$

حيث α و β ثوابت مجهولة و e_t متغير عشوائي وسطه الحسابي صفر وتباينه σ^2. هذا النموذج –أو التصور المبسط للواقع – يفترض فيه أن قيم السلسلة الزمنية لها اتجاه عام يمثله خط مستقيم يقطع من المحور الرأسي مقدار α وله ميل β ، مع الاعتراف بأن القيمة الحقيقية المقابلة لأي x قد تنحرف عن القيمة من الخط بمقدار e والذي يمثل آثار التغيرات الأخرى.

وتقوم طريقة المربعات الصغرى على إيجاد المقدرات a و b ل α و β بالترتيب التي تصغر مجموع مربعات الخطأ

$$\sum_{t=1}^{n} e_t^2 = \sum_{t=1}^{n} (y_t - \alpha - \beta x_t)^2$$

ولتحقيق ذلك تتم مفاضلة مجموع المربعات جزئياً مرة بالنسبة ل α ووضع الناتج مساوياً للصفر ، ومرة بالنسبة ل β ووضع الناتج مساوياً للصفر.

يقود ذلك للمعادلات الطبيعية

$$na + b\sum_t x_t = \sum_t y_t$$

$$a\sum_t x_t + b\sum_t x_t^2 = \sum_t y_t x_t$$

وبحلها آنياً نحصل على المقدرات a و b و التي تأخذ الشكل :

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

حيث $\bar{y}$ و $\bar{x}$ متوسط قيم y و x بالترتيب.

وبما أن x في السلسلة الزمنية تمثل فترات تبعد عن بعضها عادة بمسافات متساوية ، فيمكن تسهيل حل المعادلات والحسابات لاحقاً إذا استخدمنا ترميزاً مناسباً للزمن . ونظرياً أى متغير جديد تكون القيم فيه تبعد عن بعضها بمسافات متساوية يصلح لتمثيل متغير الزمن x . فمثلاً قد نضع القيمة الأولى ل x في السلسلة ٠ والتي تليها ١ ثم ٢ ... وهكذا ، أو نضع القيمة الثالثة ٠ والتى قبلها -1 ثم -2، والتى تليها ١ ثم ٢ ثم ٣ وهكذا . في كل هذه الترميزات لن تتأثر قيمة b ولكن قيمة a ستتأثر بنقطة الأصل أى الوحدة الزمنية الممثلة بصفر. لكن ما دمنا نعرف نقطة الأصل فلن يؤثر أى ترميز نستخدمه على القيمة الاتجاهية التى تحسب من معادلة الخط.

وما دمنا نبحث عن التبسيط ، فإننا نستخدم الترميز الذي يقود لأقل تعقيدات في الحساب. هذا الترميز هو الذي يكون بحيث يجعل مجموع قيم x صفراً. في هذه الحالة تكون المقدرات بالشكل البسيط.

$$a = \frac{\sum y}{n} \quad \text{و} \quad b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$$

وتختلف طريقة الترميز حسب ما إذا كان عدد قيم السلسلة n فردى أم زوجي كما توضح الأمثلة التالية.

<u>مثال(٢،١)</u>

جدول (١ , ٢) أدناه يوضح قيم سلسلة افتراضية تتكون من ٥ قيم وخطـوات إيجاد معادلة خط الاتجاه العام لها.

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
السنة	y	x	x^2	xy
١٩٩٥	١	٢-	٤	٢-
١٩٩٦	٥	١-	١	٥-
١٩٩٧	٦	٠	٠	٠
١٩٩٨	٧	١	١	٧
١٩٩٩	٦	٢	٤	١٢
المجموع	٢٥	٠	١٠	١٢

جدول (١ , ٢)

قيم السلسلة الزمنية معطاة بالعمود (٢) . وبما أن عدد قيم السلسلة فردي فهناك سنة في الوسط . فإذا أردنا أن يكون مجموع قيم x صفر نضع ٠ مقابل السنة في الوسط ثم -1، -2،... للسنوات قبلها و 1، 2،... للتى بعدها.

لحساب a و b بطريقة المربعات الصغرى نحتاج لمعرفة n، $\sum y$، $\sum x^2$ و $\sum xy$. من الجدول نجد :

$$n = 5, \sum y = 25, \sum x^2 = 10, \sum xy = 12$$

إذن
$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{25}{5} = 5 \quad , \quad b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{12}{10} = 1.2$$

وتكون معادلة خط الاتجاه العام المقدرة هى بالتالي :

$$\hat{y} = 5 + 1.2x$$

(حيث نقطة الأصل منتصف سنة ١٩٩٧ ، الوحدة الزمنية سنة)

ومن الضروري إضافة العبارات بين القوسين ، لأنها توضح لمستخدم المعادلة السنة التي وضع أمامها الصفر وكيف تتزايد قيم x . هذه المعـــلومات مطلوبـة إذا تـوفرت فقـط المعادلة (دون الجدول) ونريد استخدام المعادلة لإيجاد القيمة الاتجاهية لأى سنة . مثلاً لإيجـاد القيمـة الاتجاهيـه لسـنة ١٩٩٦ نعـوض في المعادلـة $x = -1$ لنحصـل علـى

$$\hat{y} = 5 + 1.2(-1) = 5 - 1.2 = 3.8$$

كذلك لإيجاد القيمة الاتجاهية لسنة ٢٠٠٠ نعوض $x = 3$ وهكذا . وما كنا لنسـتطيع معرفة قيم x ما لم نعرف نقطة الأصل.

<u>مثال (٢,٢)</u>

يوضح جدول (٢ , ٢) قيم لسلسلة زمنية عددها زوجي وخطوات الحل.

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
السنة	y	x	x^2	xy
١٩٩٥	١	-٥	٢٥	-٥
١٩٩٦	٥	-٣	٩	-١٥
١٩٩٧	٦	-١	١	-٦
١٩٩٨	٧	١	١	٧
١٩٩٩	٦	٣	٩	١٨
٢٠٠٠	٥	٥	٢٥	٢٥
المجموع	٢٥		٧٠	٢٤

جدول (٢ , ٢)

بما أنه لا توجد سنة في الوسط ، نأخذ كنقطة أصل منتصف الفترة بين السنتين اللتين في الوسط ، فإذا وضعنا -1 مقابل سنة ١٩٩٧ و $+1$ مقابل سنة ١٩٩٨ تكون الزيـادة في قيمة x بين كل سنتين متتاليتين 2 مما يعني أن الوحدة الزمنية التي قيسـت بهـا x نصف سنة . من الجدول نجد

$$n = 6, \sum y = 30, \sum x^2 = 70, \sum xy = 24$$

ومعادلة خط الاتجاه العام المقدرة :

$$\hat{y} = 5 + 0.34x$$

(حيث نقطة الأصل منتصف الفترة بين١٩٩٧و١٩٩٨ والوحدة الزمنية نصف سنة).

٢,٢,٦,٢ تحويل نقطة الأصل

قد تحسب معادلة خط الاتجاه العام على أساس نقطة أصل (مكان وضع الصفر في عمود x) معينة ، ولكننا نريد تحويلها لنقطة أخرى. هذا التحويل لن يؤثر على قيمة b أو على القيمة الاتجاهيه ولكنه يؤثر على قيمة a. إذ تزيد قيمة a بمقدار rb إذا حولنا نقطة الأصل r وحدة زمنية للأمام وستقل بمقدار rb إذا حولناها r وحدة للخلف.

ففي مثال (١ , ٢) إذا حولنا نقطة الأصل الي سنة ١٩٩٩ بدلاً عن ١٩٩٧ أى نقلناها $r = 2$ وحدة للأمام فإن قيمة a تصبح :

$$a = 5 + 2 \times 1.2 = 7.4$$

وبالتالي تكون المعادلة المقدرة على أساس نقطة الأصل الجديدة

$$\hat{y} = 7.4 + 1.2x$$

(حيث نقطة الأصل ١٩٩٩ والوحدة الزمنية سنة)

لاحظ أن القيم الاتجاهيه لن تتغير رغم تغير المعادلة لأن التغير الذي سيحدث في قيم x نتيجة لتحويل نقطة الأصل سيعمل على إلغاء تأثير التغيير في قيمة a . فمثلاً بما أن قيمة x المقابلة لسنة ١٩٩٦ بعد وضع الصفر أمام ١٩٩٩ ستكون -3 (بدلاً عن -1) فإن القيمة الاتجاهيه لسنة ١٩٩٦ تكون

$$\hat{y} = 7.4 + 1.2 \times (-3) = 3.8$$

وهي نفس القيمة الاتجاهيه التي حصلنا عليها من المعادلة قبل التحويل.

٢,٢,٦,٣ تحويل الوحدة الزمنية ووحدة قياس البيانات

أحياناً نحصل على معادلة اتجاه عام بالشكل

$$y_t = a + bx$$

حيث الوحدة الزمنية التي تمثلها x والوحدة الزمنية التي قيست بها y_t وحدات معينه ونريد أن نحصل من هذه المعادلة على معادلة تتيح لنا إيجاد القيم الإتجاهيه بوحدات أخري. مثلاً الوحدة الزمنية قد تكون سنة والبيانات سنوية ونريد استخدام المعادلة لإيجاد القيم الإتجاهيه على أساس شهري. في هذه الحالة نستخدم معادلة التحويل :

$$y_{tm} = a_m + b_m x_m + A$$

حيث $a_m = \frac{a}{n}$ ، $b_m = \frac{b}{nn_x}$ ، $x_m = n_x x$ ، وحيث n_x تساوى n أو $\frac{n}{2}$.

كذلك :

n_x : عدد الوحدات الجديدة في الوحدة الزمنية التي تمثلها x في المعادلة الأصلية. مثلاً إذا كانت البيانات سنوية وعددها فردي فإن الوحدة الزمنية ل x تكون سنة وإذا أردنا تحويل المعادلة لشهرية فإن عدد الوحدات الجديدة (الشهور) يكون $n_x = 12$. أما إذا كان عدد السنوات زوجي فإن الوحدة الزمنية تكون نصف سنة وفي هذه الحالة فإن $n_x = 6$.

n : عدد الوحدات الجديدة في الوحدات التي قيست بها البيانات. مثلاً إذا كانت البيانات سنوية ونريد التحويل لشهرية فإن $n = 12$ وإذا كانت شهرية ونرغب في التحويل لسنوية تكون $n = \frac{1}{12}$ وهكذا.

A : تعديل مقداره $\frac{1}{2}b_m$ يضاف عند الحاجة لجعل السلسلة تتمركز في منتصف الوحدة الوسطى الجديدة .

مثال (٢,٣)

المعادلة التالية قدرت من سلسلة زمنية امتدت للفترة ١٩٩٠ إلى ٢٠٠٤ .

$$y_t = 2 + 0.1x$$

(نقطة الأصل منتصف سنة ١٩٩٧ الوحدة الزمنية سنة واحدة ، مبيعات سنوية)

المطلوب تعديل هذه المعادلة ليمكن استخدامها لإيجاد القيم الاتجاهية على أساس شهري.

<u>الحل</u>

بما أن الوحدة الزمنية ل x في المعادلة سنة وبما أن الوحدة الجديدة التى نرغب في التحويل إليها شهر وفي السنة ١٢ شهراً إذن عدد الوحدات الجديدة في الوحدة القديمة $n_x = 12$.

كذلك بما أن المبيعات سنوية فإن $n = 12$ أيضاً.

هل نحتاج للتعديل A ؟ نقطة الأصل في المعادلة الأصلية هى منتصف ١٩٩٧ أى بين نهاية يونيو وبداية يوليو وبما أن الوحدة الجديدة شهر نجعل مركز الأصل منتصف شهر يوليو. ولتحقيق ذلك يجب إضافة $A = \frac{1}{2} b_m$. لاحظ أن b_m هي معدل التغير الشهري.

الآن : $$a_m = \frac{a}{n} = \frac{2}{12} = 0.17$$

$$b_m = \frac{b}{nn_x} = \frac{0.1}{12 \times 12} = 0.0007$$

$$A = \frac{1}{2} b_m = 0.00035$$

وبالتالي تكون المعادلة الجديدة

$$\begin{aligned} y_{tm} &= 0.17 + 0.0007 x_m + 0.00035 \\ &= 0.17035 + 0.0007 x_m \end{aligned}$$

(نقطة الأصل منتصف يوليو ١٩٩٧ ، الوحدة الزمنية شهر ، المبيعات شهرية).

مثال (٢,٤)

في المثال السابق عدّل المعادلة بحيث يمكن إيجاد القيم الاتجاهية على أساس ربع السنة.

الحل:

في هذه الحالة $n = n_x = 4$

المركز الأصلي منتصف الفترة بين الربع الثاني والثالث لسنة ١٩٩٧ ، ولجعله منتصف الربع الثالث من سنة ١٩٩٧ نضيف **A** لتصبح المعادلة :

$$y_{tm} = \frac{2}{4} + \frac{0.1}{4 \times 4} x_m + \frac{0.1}{2 \times 4 \times 4}$$
$$= .0503 + 0.006 x_m$$

(حيث نقطة الأصل الربع الثالث سنة ١٩٩٧ ، الوحدة الزمنية ربع سنة ، المبيعات ربع سنوية).

مثال (٢,٥)

للمثال (٢,٣) عدل المعادلة ليمكن استخدامها لإيجاد القيم الاتجاهية بفترات خمسه سنوات .

الحل:

الوحدة الزمنية الأصلية سنة والجديدة ٥ سنوات. إذن $n_x = \frac{1}{5}$ كذلك $n = \frac{1}{5}$.

مركز الأصل في المعادلة الأصلية منتصف الفترة ١٩٩٠ إلي ٢٠٠٤ أى عام ١٩٩٧. هذا المركز هو نفسه منتصف السنوات الخمس التي في الوسط. إذن لا نحتاج لإضافة **A** لتصبح المعادلة الجديدة

$$y_{tm} = \frac{2}{\frac{1}{5}} + \frac{0.1}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}} x_m$$
$$= 10 + 2.5 x_m$$

(حيث نقطة الأصل ١٩٩٧ الوحدة الزمنية ٥ سنوات ، المبيعات لـ ٥ سنوات)

٢,٢,٦,٤ الاتجاه العام غير الخطى :

قد يكون الاتجاه العام غير خطى . في هذه الحالة لا نستطيع استخدام معادلة خط مستقيم لتمثيله. وإذا كان الاتجاه العام للسلسلة الزمنية يتبع نمطاً يمكن تمثيله بمعادلة منحني معروف (مثلاً المنحنى الأسى) ، فيمكن تقدير المعادلة باستخدام طريقة المربعات الصغرى أو أي طريقة أخرى مناسبة ثم استخدام المعادلة المقدرة لحساب القيم الاتجاهية . ولكن في معظم السلاسل الزمنية التي تواجهنا في الواقع يكون الاتجاه العام متقلباً بحيث يصعب إيجاد معادلة تمثل نمطه. في مثل هذه الحالة نلجأ عادة لطرق التمهيد **smoothing methods** وتهدف هذه الطرق بصفه عامة لإزالة التعرجات الناتجة عن التغيرات الموسمية والعشوائية بحيث يبقى فقط الاتجاه العام والتغيرات الدورية طويلة الأمد (أن وجدت). وأهم طرق التمهيد المستخدمة في السلاسل الزمنية هي طريقة المتوسطات المتحركة **moving averages** .

وتقوم فكرة المتوسط المتحرك على أخذ أول r قيمة في السلسلة الزمنية (تسمى r رتبه المتوسط المتحرك) وحساب متوسطها ، ثم حذف القيمة الأولى و إضافة القيمة رقم $r+1$ وحساب متوسط ال r قيمة الجديدة ، وهكذا نحذف أول قيمة استخدمت في حساب آخر متوسط متحرك ونضيف القيمة التالية لقيمة لنحسب متوسط جديد ، ونحن نتجه لأسفل السلسلة الزمنية ليتكون لدينا نتيجة لذلك متوسط متحرك.

وبما أن حساب المتوسط المتحرك يتطلب أخذ مجموع عدد من قيم السلسة الزمنية ، وبما أنه في المجموع نستبدل القيم المختلفة برقم واحد ، فإن قيم المتوسط المتحرك ، إذا نظرنا لها كسلسلة زمنية ، تكون أقل اختلافاً عن بعضها من قيم السلسلة الأصلية. أى أنها أكثر تمهيداً. وفي الواقع كلما زادت رتبه المتوسط المتحرك (أى عدد القيم فيه)، كلما كان التمهيد أكبر. ولكن ذلك يكون على حساب عدد المتوسطات المتحركة والذي سيكون أقل . ويرمز للمتوسط المتحرك ذو الرتبة r ب **MA(r)** .

من ناحية أخري إذا كانت السلسلة الزمنية خاضعة لتغيرات موسمية بطول فترة تكرار k يجب استخدام متوسط متحرك برتبه k لضمان القضاء على هذه التغيرات.

ويختلف حساب المتوسط المتحرك في حالة r عدد فردي عنه في حاله عدد زوجي كما يتضح من مثال (٦ , ٢) ومثال (٧ , ٢) أدناه.

مثال (٦,٢)

جدول (٣ , ٢) يوضح قيم سلسلة زمنية والحسابات المطلوبة لإيجاد متوسط متحرك برتبه ٣.

(٤)	(٣)	(٢)	(١)
متوسط متحرك	مجموع متحرك	y	السنة
ـ	ـ	١	١٩٩٥
٤	١٢	٥	١٩٩٦
٦	١٨	٦	١٩٩٧
٦,١	١٩	٧	١٩٩٨
٧	٢١	٦	١٩٩٩
٨	٢٤	٨	٢٠٠٠
٨,٧	٢٦	١٠	٢٠٠١
١٠	٣٠	٨	٢٠٠٢
ـ	ـ	١٢	٢٠٠٣

جدول (٣ , ٢)

المجاميع المتحركة حسبت كما يلي : القيمة الأولي ١٢ هي مجموع الثلاث قيم الأولى في السلسلة الزمنية. وقد وضع هذا المجموع مقابل القيمة الوسطى أى أمام سنة ١٩٩٦. القيمة الثانية ١٨ تم الحصول عليها بطرح القيمة الأولى وهى ١ من المجموع الأول (١٢) وإضافة القيمة التالية (أى الرابعة) إليه. ووضع المجموع أمام القيمة

الوسطى أى أمام سنة ١٩٩٧. وهكذا لبقية الجاميع . أما العمود (٤) فيعطى قيم المتوسط المتحرك والتي نحصل عليها بقسمة كل مجموع متحرك على عدد القيم فيه وهو ٣.

مثال (٢,٧)

جدول (٤ , ٢) الحسابات المطلوبة لحساب متوسط متحرك برتبه ٤ للسلسلة الزمنية بمثال (٦ , ٢).

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
السنة	y	مجموع متحرك	مجموع مجموعين	متوسط متحرك ممركز
١٩٩٥	١	—	–	–
١٩٩٦	٥	—	–	–
١٩٩٧	٦	١٩ ٢٤	٤٣	٥,٣
١٩٩٨	٧	٢٧	٥١	٦,٣
١٩٩٩	٦	٣١	٥٨	٧,٢
٢٠٠٠	٨	٣٢	٦٣	٧,٨
٢٠٠١	١٠	٣٨	٧٠	٨,٧
٢٠٠٢	٨	—	–	–
٢٠٠٣	١٢		–	–

جدول (٤ , ٢)

ويحسب المجموع المتحرك بالعمود (٣) بنفس الطريقة المستخدمة في مثال (٦ , ٢) مع مراعاة أن عدد القيم فيه يكون الآن ٤ . ولكن بما أن القيم في المجموع عددها زوجي فليست هنالك قيمة وسطى نضع أمامها المجموع. لهذا يوضع المجموع بين القيمتين اللتين في الوسط. فبالنسبة للمجموع الأول مثلاً يوضع بين سنة ١٩٩٦ و١٩٩٧. وبما أنه يجب أن يكون كل مجموع أمام سنة ، نحقق ذلك بأخذ مجموع كل

مجموعتين متجاورين ونضعه بينهما ليقابل بذلك السنة المحصورة بينهما. بعد ذلك يتم الحصول على المتوسط المتحرك بقسمة كل مجموع مجموعتي على العدد الكلى للقيم فيهما وهو ٨ . يسمى المتوسط المتحرك في هذه الحالة متوسط متحرك ممركز centered moving averages.ونلاحظ من جدول (٣ , ٢) وجدول (٤ , ٢) أن قيم المتوسط المتحرك ذو الرتبة ٤ أكثر قرباً لبعضها من قيم المتوسط المتحرك برتبة ٣ ولكن عددها أقل. المتوسط المتحرك **MA(r)** يوصف بأنه متوسط متحرك مفرد **single moving average** تمييزاً له من المتوسط المزدوج **MA(r x m)** **double moving average** والذي يعنى حساب متوسط متحرك برتبة **r** على سلسلة تتكون من قيم متوسط متحرك برتبة **m**. أى هو متوسط متحرك لمتوسط متحرك. وقد وجد أن مثل هذا المتوسط يساعد في تمهيد السلاسل الزمنية التى تحوى اتجاهاً عاماً يؤدي لظهور خطأ منتظم عند تطبيق متوسط متحرك مفرد عليها . كذلك يمكن التعميم لرتب أعلى فستخدم متوسط متحرك **MA(rxmxs)** مثلاً ، والذي يعنى متوسط متحرك برتبة **r** لمتوسط برتبة **m** لمتوسط متحرك برتبة **s**.

٢,٢,٧ قياس التغيرات الموسمية : كلمة موسم هنا تحمل معني أشمل من المعني الذي يستخدم في الحياة العادية والمرتبط بالطقس. إذ تستخدم لتشير للوحدة الزمنية في السلسلة الزمنية بشرط أن تكون أقل من سنة . فالموسم قد يكون شهر إذا كانت البيانات شهرية أو ربع سنة إذا كانت معطاة بربع السنة وهكذا.

ورغم توفر عدة طرق أيضاً لقياس التغيرات الموسمية إلا أننا سنتناول طريقة النسبة للمتوسط المتحرك **ratio- to- moving average** والتي تعتبر بصفة عامة الأشهر والأكثر استخداماً. والخطوات في هذه الطريقة التي تستند إلى النموذج الضربي كما يلي :

١. إذا كانت فترة التكرار الموسمي **k** ، نحسب متوسط متحرك برتبة **k** . هذا الإجراء يجعل المتوسط المتحرك خالياً من التأثير الموسمي ولدرجة كبيرة من التأثير غير المنتظم ، وبالتالي يمكن اعتباره تقديراً ل $T \times C$ (الاتجاه العام والتأثير الدوري).

٢. تقسم كل قيمة للظاهرة y على قيمة المتوسط المتحرك المقابلة لها(أن وجدت) و يضرب الناتج في ١٠٠ لنحصل على ما يسمي بالنسبة للمتوسط المتحرك. وبما أنه في النموذج الضربي يفترض أن $Y = T \times C \times S \times I$ فإن القسمة علي $T \times C$ تعطي تقديراً ل $S \times I$ أي للتغيرات الموسمية والعشوائية.

٣. لكل موسم نوجد متوسط النسب للمتوسط المتحرك الخاصة به *، وذلك للقضاء على التغيرات غير المنتظمة والحصول على قيمة S لذلك الموسم. تسمى قيمة S الدليل الموسمي **seasonal index** أو العامل الموسمي **seasonal factor**. ونلاحظ في هذه الخطوة ما يلي :

(i) بما أن النسب مئوية فإن مجموع المتوسطات للمواسم وليكن عددها **m** يجب أن يساوي **١٠٠m**. فمثلاً إذا كانت البيانات شهرية فهناك ١٢ موسم (شهر) وبالتالي يكون مجموع المتوسطات ١٢٠٠. لكن بسبب التقريب في الحساب قد لا يساوي مجموع المتوسطات **١٠٠m**. في هذه الحالة يجب تعديلها بقسمة كل متوسط على مجموع المتوسطات الفعلي والضرب في **١٠٠m** .

(ii) قد يكون في النسب الخاصة بموسم ما قيماً شاذة ، في هذه الحالة يفضل استخدام متوسط لا يتأثر بالقيم الشاذة مثل الوسيط. أو استخدام متوسط حسابي مبتور تحذف فيه القيمة المتطرفة. لكن في هذه الحالة يجب حذف قيمة من الطرف المقابل قبل حساب المتوسط للحفاظ على التماثل.

مثال (٢,٨)

لتوضيح طريقة النسبة للمتوسط المتحرك نستخدم سلسلة زمنية تمثل عدد أزواج الزلاجات المائية التي باعها محل أدوات رياضية بمنطقة سياحية ساحلية في الفترة ١٩٧٩-١٩٨٣ (جدول (٥ , ٢)).

* مثلاً متوسط نسب يناير ، متوسط نسب فبراير .إذا كانت البيانات شهرية. أو متوسط نسب يوم السبت ، متوسط نسب يوم الأحد ... إذا كانت يومية .

جدول ٢,٥

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)
الشهر	Y	مجموع متحرك	مجموع مجموعين	متوسط متحرك ممركز	النسبة للمتوسط المتحرك	الشهر	Y	مجموع متحرك	مجموع مجموعين	متوسط متحرك ممركز	النسبة للمتوسط المتحرك
J	٠					**A**	٤		٣١٢	١٣,٠	٣٠,٨
F	٢					**S**	٧		٣٢٤	١٣.٥	٥١,٩
M	١٠					**O**	٤		٣٥٣	١٤,٧	٢٧,٢
A	٤					**N**	٠		٤٤٨	١٨,٧	٠
Ma	٨٩					**D**	٢	١٥	٥١٤	٢١,٤	٩,٣
J	٣٣					**J**	١٣	٧	٤٩٧	٢٠,٧	٦٢,٨
Ju	١١	١٩٢	٣٨٧	١٦,١	٦٨	**F**	٤	١٦	٤٩٧	٢٠,٧	١٩,٢
A	٤		٣٨٨	١٦,٢	٢٤,٧	**M**	٥٦	٧	٥٠٣	٢٠,٩	٢٦٧,٩
S	١٧	١٩٥	٣٨١	١٥,٩	١٠٧,٠	**A**	٣٠	١٨ ٦	٥٠٣	٢٠,٩	١٤٣,٥
O	٥		٣٧٦	١٥,٧	٣١,٨	**Ma**	٩٠	٢+	٥٠٥	٢١,١	٤٢٦,٥
N	١٧	١٩٣	٣٠١	١٢,٥	١٣,٦	**J**	٢٠	٢	٥١١	٢١,٣	٩٤,٨
D	٠		٢١٦	٩,٠	٠	**Ju**	١٥	٢٥	٥٠٧	٢١,١	٧١,١
J	٣	١٨٨	٢٠٢	٨,٤	٣٥,٧	**A**	١١	٢	٥٠٦	٢١,١	٥٢,١
F	٠		٢٠٥	٨,٥	٠	**S**	٦	٢٤	٤٦٤	١٩,٣	٣١,١
M	٥	١٨٨	٢٠٦	٨,٦	٥٨,١	**O**	٥	٥ ٢٥	٣٩٤	١٦,٤	٣٠,٥
A	٤	١١٣	١٩٩	٨,٣	٤٨,٢	**N**	١	٢	٣٠١	١٢,٥	٨.٠
Ma	١٤		١٨٥	٧,٧	١٨١,٨	**D**	٧	٢٥	٢٤٠	١٠,٠	٧٠,٠
J	٢٣	١٠٣	١٨٠	٧,٥	٣٠٦,٧	**J**	٤	١	٢٦١	١٠,٩	٣٦,٧
Ju	٧		١٩٤	٨,١	٨٦,٤	**F**	١٢	٢٥	٢٦٨	١١,٢	١٠٧,١
A	١١	٩٩	٢٠٢	٨,٤	١٣٠,٩	**M**	٦	٢	٢٧٠	١١,٢	٥٣,٦
S	١١	١٠٦	٢٤٥	١٠,٢	١٠٧,٨	**A**	١٠	٢٥ ٣	٢٧٤	١١,٤	٨٧,٧
O	٤		٢٩٣	١٢,٢	٣٢,٨	**Ma**	١٧	٢٥	٢٩٠	١٢,١	١٤٠,٥
N	٤	١٠٠	٣٠٠	١٢,٥	٣٢,٠	**J**	٣٢	٨	٣٠٠	١٢,٥	٢٥٦,٠
D	٨		٣٠٧	١٢,٨	٦٢,٥	**Ju**	٢٤	٢٤			
J	٩	٩٩	٣٢٩	١٣,٧	٦٥,٧	**A**	٩	٩			
F	٢	٨٦	٣٣٧	١٤,٠	١٤,٣	**S**	١٠				
M	٤٦	٩٤	٣٢٦	١٣,٦	٣٣٨,٢	**O**	٥				
A	١١	١٠٠	٣٢٢	١٣,٤	٨٢,١	**N**	١٧				
Ma	١٤		٣١٨	١٣,٣	١٠٥,٣	**D**	١				
J	٣٠		٣٠٨	١٢,٨	٢٤٣,٤						
Ju	٢٢		٣٠٦	١٢,٨	١٧١,٩						

بما أن البيانات شهرية وكل موسم (شهر) يتكرر كل ١٢ شهراً فإن المتوسط المتحرك يجب أن يكون برتبة ١٢. كـذلك، وبما أن رتبة المتوسط المتحرك عدد زوجي فإن قيمة المجموع المتحرك توضع بين القيمتين اللتين في الوسط. فمثلاً للقيم ال١٢ الأولى يوضـع المجمـوع (١٩٢) بـين القيمة السادسة والسابعة (عمود "٣")، ولمجمـوعة القيم التي تبدأ بالقيمة الثانية وتنتهي بالقيمة رقم ١٣ يوضع المجموع (١٩٥) بين القيمة السابعة والثامنة وهكذا. أما المجموع المركز أو مجموع كل مجموعين متجاورين فيوضع بينهما. فمثلاً مجموع المجموعين الأولين ١٩٢ و١٩٥ قد وضع بينهما ليقابل بذلك شهر يوليو. ونحصل على المتوسط المركز (عمود "٥") بقسمة كل مجمـوع مجمـوعين على عدد القيم فيه وهو ٢٤. أما النسبة للمتوسط المتحرك (العمود الأخير) فهي عبارة عن قسمة كل قيمة فعلية بالسلسلة على المتوسط المركز المقابـل وضـرب النـاتج في ١٠٠. إذا لم تكن هناك آثاراً غير منتظمة أو لا يتغير التأثير الموسمي نفسه مع الزمن فإن النسـب الخاصـة بكل شهر كان ستكون متساوية. لهذا وللقضاء على التغيرات غير المنتظمة والحصول على رقم واحد يمثل التأثير الموسمي نحسب متوسط النسب الخاصة بكـل شـهر. يوضـح جـدول (٦ , ٢) الحسـابات المطلوبة بعد عزل قيم كل شهر.

	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣		١١٣٥,١	١١٩٩
J		٣٥,٧	٦٥,٧	٦٢,٨	٣٦,٧	٢٠٠,٩	٥٠,٢	٥٣,١
F		٠	١٤,٣	١٩,٢	١٠٧,١	١٤٠,٦	٣٥,٢	٣٧,٢
M		٥٨,١	٣٣٨,٢	٢٦٧,٩	٥٣,٦	٧١٧,٨	١٧٩,٤	١٨٩,٦
A		٤٨,١	٨٢,١	١٤٣,٥	٨٧,٧	٣٦١,٥	٩٠,٣	٩٥,٤
Ma		٤٨,٢	١٠٥,٣	٤٢٦,٥	١٤٠,٥	٨٥٤,١	٢١٣,٥	٢٢٥,٧
J		١٨١,٨	٢٣٤,٤	٩٤,٨	٢٥٦,٠	٨٩١,٩	٢٢٢,٩	٢٣٤,٩
Ju	٦٨	٨٦,٤	١٧١,٩	٧١,١		٣٩٧,٤	٩٩,٤	١٠٥,١
A	٢٤,٧	١٣٠,٩	٣٠,٨	٥٢,١		٢٣٨,٥	٥٩,٦	٦٣,٠
S	١٠٧,٠	١٠٧,٨	٥١,٩	٣١,١		٢٩٧,٨	٧٤,٥	٧٨,٧
O	٣١,٨	٣٢,٨	٢٧,٢	٣٠,٥		١٢٢,٣	٣٠,٦	٣٢,٣
N	١٣٦	٣٢,٠	٠	٨,٠		١٧٦,٠	٤٤,٠	٤٦,٥
D	٠	٦٢,٥	٩,٣	٧٠,٠		١٤١,٨	٣٥,٤٥	٣٧,٥
المجموع						المجموع	المتوسط	المتوسط المعدل(الدليل الموسمي)

جدول (٦ , ٢)

وفي جدول (٦ , ٢) تم حساب المتوسط لكل شهر في الصف قبل الأخير. وبما أن بعض الشهور بها قيماً شاذة فإن الوسط الحسابي ليس هو المتوسط المناسب ولكن تم حساب الوسط الحسابي للتبسيط . أما الصف الأخير فيعطي متوسطات معدلة ليصبح مجموعها ١٢٠٠. ويمثل كل متوسط معدل ما يسمي بالدليل الموسمي **seasonal index** أو العامل الموسمي **seasonal factor** كما ذكرنا. ويعبر الدليل الموسمي لأي شهر عن الأثر الموسمي له لأنه يعطى قيمة الظاهره الحقيقة في الشهر كنسبة مئوية من القيمة في الشهر المتوسط (أي الذي ليس به تأثير موسمي). فمثلاً القيمة ١ , ١٠٥ في شهر يوليو تعني أن المبيعات في ذلك الشهر تزيد بمقدار ٪١ , ٥ عنها في الشهر المتوسط بينما القيمة ٪٥ , ٣٧ في ديسمبر تعني أن المبيعات في ديسمبر تقل بمقدار ٪٥ , ٦٢ عن الشهر المتوسط.

١ , ٧ , ٢ , ٢ استخدامات الدليل الموسمي :

يستخدم الدليل الموسمي بعد حسابه لتحقيق أهداف متعددة :

١. التعرف على تأثير كل شهر على قيمة الظاهرة

فمثلاً إذا وجدنا أن الدليل الموسمي لشهر ٪١٥٠ نعرف أن تأثير ذلك الشهر على قيمة الظاهرة بحيث يزيدها بمقدار ٪, ٥٠

٢. تخليص السلسلة الزمنية من التأثير الموسمي

من التطبيقات الهامة للدليل الموسمي استخدامه لتخليص السلسلة من التأثير الموسمي حتى يمكن إبراز الاتجاه العام (والتغير الدوري أن وجد بها) بصورة أوضح. مثلاً قد ترغب شركة طيران في معرفة النمط المستقبلي لعدد الركاب في أحد خطوطها دون أن تشوش على ذلك التغيرات الموسمية.

وتحسب القيمة الخالية من التأثير الموسمي لأي موسم (شهر مثلاً) بالقاعدة:

$$\text{القيمة الخالية من التأثير الموسمي} = \frac{\text{القيمة المشاهدة للموسم}}{\text{الدليل الموسمي للموسم}} [\times 100]$$

ففي مثال (٨,٢) القيمة الخالية من التأثير الموسمي لشهر فبراير في السنة الأولي مثلاً :

$$\frac{2}{37.2}\times 100 = 5.37$$

ويعني ذلك أن القيمة الفعلية لشهر فبراير من السنة الأولى وهى ٢ قد انخفضت بسبب التأثير الموسمي لفبراير والذي يخفض قيمة الظاهرة بمقدار ٦٢,٨٪ فبعد إزالته منها ارتفعت إلي ,٥,٣٧

٣. تحسين التنبؤ.

إن معرفتنا لتأثير موسم يمكن الاستفادة منها في تحسين التنبؤ بأي قيمة خاضعة لتأثير ذلك الموسم. ففي مثال (٨,٢) معادلة خط الاتجاه العام للسلة المقدرة بطريقة المربعات الصغرى نأخذ الشكل :

$$\hat{y} = 14.033 + 0.007x$$

(حيث نقطة الأصل منتصف الفترة بين شهرى يونيو ويوليو من عام ١٩٨١ والوحدة الزمنية نصف شهر)

فإذا أردنا التنبؤ بالمبيعات في يناير ١٩٨٤ باستخدام معادلة خط الاتجاه العام فقط نعوض $x = 61$ لنجد

$$\hat{y} = 14.033 + 0.007\times 61 = 14.46$$

هذا هو التنبؤ إذا لم يكن هناك تأثير موسمي لشهر يناير. ولكننا نعلم من جدول (٦,٢) أن تأثير ذلك الشهر هو ٥٣٪ من الشهر المتوسط. أي أنه إذا كان تأثير الشهر المتوسط ١٠٠ فإن تأثير يناير يكون ٥٣٪ مما يعنى أنه يخفض قيمة الظاهرة. لهذا نستفيد من هذه المعلومة في الحصول على تنبؤ أفضل وأقرب للواقع بضرب القيمة الاتجاهية في الدليل الموسمي ليناير والقسمة على ١٠٠ :

القيمة التنبؤية لشهر يناير ١٩٨٤ = $\frac{14.46\times 53.1}{100} = 7.67$

وهى قيمة تضع في الاعتبار ما يحدثه الأثر الموسمي من تغيير.

٢,٢,٧,١ حالة النموذج الجمعي:

إذا كان النموذج المفترض نموذجاً جمعياً فإن الخطوات التي استخدمت في طريقة النسبة للمتوسط المتحرك تظل كما هى باستثناء أنه في الخطوة (٢) تستبدل القسمة بالطرح ، فنطرح المتوسط المتحرك من القيمة الفعلية Y : ونستمر في بقية الخطوات كما في حالة النموذج الضربى. ونلاحظ هنا أن الدليل الموسمي يعطى بالوحدات الأصلية وليس في شكل نسبة مئوية.

وفي حالة تخليص أي قيمة فى السلسلة من التأثير الموسمي نطرح الأثر الموسمي من القيمة الفعلية. كذلك للتنبؤ نضيف الأثر الموسمي للقيمة الاتجاهيه.

٢,٢,٧,٢ استخدام الحزم الإحصائية:

تتوفر خدمة تنفيذ حساب الدليل الموسمي في معظم الحزم الإحصائية. ففي حزمة **SPSS** (الإصدار ١٧) يتم تنفيذ حساب الدليل الموسمي بإتباع الخطوات التالية :

١. ندخل البيانات الخاصة بالسلسلة كمتغير بالعمود الأول من صفحة البيانات.

٢. من شريط الخدمة (أعلى النافذة) نؤشر على **Data** ونختار **Define Dates** يعرض علينا ذلك عدة خيارات عن الوحدات الزمنية المستخدمة مثلاً **Years / Quarters** ، **Years / Months**... الخ فإذا كانت بياناتنا شهرية لعدد من السنوات مثلاً نختار **Years / Months**.

هذه الخطوة ضرورية ولا يتم تنفيذ طريقة التجزئة إلا بها.

٣. من شريط الخدمة نختار **Analyze** ثم **Time Series** (أو **Forecasting**) ثم نؤشر على **seasonal decomposition**.

٤. في النافذة التي تفتح بعد الخطوة الأخيرة ينقل المتغير الذي يمثل السلسلة للمربع الأول.

٥. نختار نوع النموذج : ضربي أو جمعي ثم نؤشر على **OK**.

يكون المخرج في شكل جدول يعطى المواسم (الشهور مثلاً) والدليل الموسمي لكل منها.

٦. إذا تم التأشير على **Display casewise listing** تظهر في نافذة البيانات أيضاً تقادير ل T×C و I إضافة للسلسلة خالية من التأثير الموسمي.

٢,٢,٨ قياس التغيرات الدورية: التغيرات الدورية ليست منتظمة لهذا لا نستطيع التنبؤ بها أو قياسها بدقة. وفي السلاسل الزمنية الاقتصادية يتطلب قياس التغيرات الدورية معرفة بالوضع الاقتصادي. وعند محاولة قياس التغيرات الدورية تواجهنا حالتان : حالة البيانات السنوية وحالة البيانات الشهرية.

١,٢,٢,٨ البيانات السنوية : إذا كانت البيانات سنوية فإنها تكون أصلاً خالية من التأثيرات الموسمية لأن كل المواسم ممثله في المجموع السنوي ، كما أن تأثير التغيرات غير المنتظمة يكون ضئيلاً. لهذا تكون $Y = T \times C$ إذا كان النموذج ضربياً و $Y = T + C$ إذا كان جمعياً. لهذا كل الذي نحتاجه في حالة النموذج الضربي قسمة Y على T والضرب في ١٠٠ لنحصل على ما يسمي المنسوب الدوري **cyclical relative** ونحصل على T بطريقة المربعات الصغرى أو المتوسطات المتحركة. أي أن T قيمة اتجاهيه أو متوسط متحرك. في حالة النموذج الجمعي نطرح T من Y لنحصل على الأثر الدوري.

مثال (٢,٩) الجدول أدناه يعطي القيم الفعلية والقيم الاتجاهية المتحصل عليها بطريقة المربعات الصغرى للسنوات الأربع الأولى لسلسلة زمنية.

السنة	Y	T	المنسوب الدوري
١٩٧٠	٥٣	٤٢,٩	١٢٣,٥
١٩٧١	٣٧	٣٩,١	٩٤,٦
١٩٧٢	١٣	٣٥,٣	٣٦,٨
١٩٧٣	٥٦	٣١,٥	١٧٧,٨

جدول (٢,٧)

القيم في العمود الأخير نحصل عليها بقسمة قيمة Y على قيمة T المقابلة والضـرب في ١٠٠ وتمثل المنسوب الدوري.

٢,٢,٨,٢ البيانات الشهرية :

في حالة البيانات الشهرية قد يوجد تأثير موسمي وعشوائي لهذا نتبع الخطوات التالية :

١. نوجد القيم الاتجاهية T و الدليل الموسمي S .

٢. إذا كان النموذج ضربياً نقسم القيم الفعلية على قيم T و S المقابلـة لهـا ونضـرب الناتج في ١٠٠. ينتج عن ذلك ما تسـمي بـالغير منتظمـة الدوريـة cyclical irregulars أما إذا كان النموذج جمعياً فنطرح T و S من Y .

٣. نتخلص من الآثـار غـير المنتظمـة بأخـذ متوسـط متحـرك مـرجح مناسـب للغـير منتظمات الدورية أو الفروقات. الترجيح عادة يـتم باسـتخدام معـاملات ذو الحـدين والتي تحدد حسب رتبة المتوسط المتحرك المستخدم. فإذا كانـت ٥ مـثلاً نضـرب القـيم بالترتيب في ١ ، ٤ ، ٦ ، ٤ و ١ ونقسم على مجموعها ١٦.

مثال (٢,١٠)

لتوضيح حساب المنسوب الدوري في حالة البيانات الشـهرية نسـتخدم القـيم الخاصة بالسـنوات الخمـس الأولى مـن السلسـلة بجـدول (٢,٥) بـافتراض النمـوذج الضربي.

الشهر	Y	T	S	التغيرات غير المنتظمة الدورية	المنسوب الدوري
J	٠	١٣,٦٠	٥٣,١	٠	—
F	٢	١٣,٦٣	٣٧,٢	٣٩,٤٤	٢٩,٣٨
M	١٠	١٣,٦٥	١٨٩,٦	٣٨,٦٤	٣٦,٨٥
A	٤	١٣,٦٦	٩٥,٤	٣٠,٦٩	٩٧,٠٦
Ma	٨٩	١٣,٦٨	٢٢٥,٧	٢٨٨,٢٥	—

جدول (٢,٨)

القيم الاتجاهية بالعمود الثالث تم الحصول عليها باستخدام معادلة الاتجاه العام المقدرة للسلسلة الزمنية بجدول (٢,٥) :

$$\hat{y} = 14.033 + 0.007x$$

(حيث نقطة الأصل منتصف الفترة بين آخر يونيو وأول يوليو ١٩٨١ والوحدة الزمنية نصف شهر)

مثلاً القيمة الأولى نحصل عليها بتعويض قيمة x المقابلة لينـاير ١٩٧٩ وهـي ٥٩- أمـا الآثار الموسمية S فهي كما بجدول (٢,٦).

التغيرات غير المنتظمة الدورية يتم حسابها بقسمة كـل قيمـة فعليـة بالسلسـلة الزمنية على حاصل ضرب قيم T و S المقابلة وضرب الناتج في ١٠٠×١٠٠. سـبب الضرب في ال١٠٠ الأولى لإلغاء تأثير الضرب في ١٠٠ عند حساب S وسبب الضرب في ال١٠٠ الثانية لجعل التغيرات في شكل نسبة مئوية.

أما قيم المنسوب الدوري بالعمود الأخير فهي عبارة عن متوسـطات متحركـة برتبـة ٣ مرجحـة بمعـاملات ذو الحـدين . فمـثلاً القيمـة ٢٩,٣٨ حسـبت كالتـالي :

$$\frac{\left(1 \times 0 + 2 \times 39.44 + 1 \times 38.64\right)}{1 + 2 + 1} = 29.38$$

حيث ١ ، ٢ ، ١ معاملات ذو الحدين ل $n = 2$

٢,٢,٩ عزل الآثار العشوائية :

بعد تقدير كل من الاتجاه العام ، التأثير الموسمي والتأثير الدوري يمكـن عـزل التـأثير المتبقـي أي المنـتظم . ويعتمـد ذلـك علـى النمـوذج المسـتخدم. فـإذا كانـت Y_t، S_t، T_t وC_t القيمة الفعلية ، الدليل الموسمي ، القيمة الاتجاهيـة والتـأثير في الزمن t فإن التأثير العشوائي في الزمن t يكون

$$I_t = \frac{Y_t \times 100 \times 100}{T_t \times S_t \times C_t}$$