

جامعة العربي بن مهيدي - أم البواقي -
كلية العلوم الاقتصادية
السنة أولى ماستر محاسبة + محاسبة وتدقيق

سلسلة تمارين في مقياس النمذجة الإحصائية

التمرين رقم 01: لدينا البيانات التالية:

$$\sum_1^8 Y_i = 112 \quad \sum_1^8 X_i = 72 \quad \sum_1^8 X_i^2 = 816 \quad \sum_1^8 Y_i^2 = 1936$$

$$\sum_1^8 X_i Y_i = 1256$$

1- اوجد:

- معامل الانحدار \hat{B} ، ثابت الانحدار \hat{A} ، تنبأ بقيمة \hat{Y} عندما $X=20$
 - الخطأ المعياري للتقدير S . -معامل الارتباط ومعامل التحديد

الجواب : $R=0.997$ ، $S=0.570$ ، $\hat{B}=1.476$ ، $\hat{A}=0.716$

التمرين رقم 02: لدينا البيانات الآتية عن عدد المكالمات الهاتفية X وقيمة المكالمات الواحدة Y

X_i	0	1	2	3	4	5
Y_i	10	20	30	40	50	60

1- ماهي قيمة المكالمات الواحدة

2- استنتج معادلة التقدير بين عدد المكالمات وقيمة المكالمات. وفسر معالمها .

3- إذا تم إلغاء الاشتراك وتغيرت قيمة المكالمات الواحدة وأصبحت 30 دج . استنتج معادلة التقدير

الجواب : $\hat{B}=10$ ، $\hat{A}=10$

التمرين رقم 03: لدينا البيانات الآتية عن متغيرين X و Y

X_i	3	5	6	7	8	10	11	13	14
Y_i	8	10	13	14	15	18	20	23	25

1- ارسم شكل الانتشار . ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟

2- اوجد معادلة التقدير Y/X بطريقة المربعات الصغرى

3- اوجد قيمة \hat{Y} عندما تكون $X=15$

الجواب : $\hat{B}=1.54$ ، $\hat{A}=3.05$

التمرين رقم 04: لدينا البيانات التالية عن المتغيرين X و Y

X_i	2-	0	3	4	5
Y_i	0	2	3	3	4

1- ارسم شكل الانتشار . ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟

2- اوجد معادلة الانحدار Y/X . وارسم بيانها 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير S 4- احسب

الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية A ، B

5- اختبر معنوية المعالم التقديرية

6- ماهو مجال التنبؤ للمعالم الحقيقية A ، B

7- اوجد معامل الارتباط والتحديد وفسرهما.

8- اختبر معنوية معامل الارتباط بين X ، Y عند مستوى معنوية 5 %

9- أوجد مجال التنبؤ لـ Y عندما $X=3$

الجواب : $R = 0.961$ ، $S = 0.483$ ، $\hat{B} = 0.5$ ، $\hat{A} = 1.4$

التمرين رقم 05: لدينا البيانات الآتية عن الدخل الشهري X والإنفاق الشهري (الف دج) X لـ 5 عائلات

X_i	10	8	13	20	9
Y_i	8	6	9	11	6

1- ارسم شكل الانتشار . ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟

2- اوجد معادلة الانحدار Y/X . وفسر معالمها 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير 4- احسب الأخطاء

المعيارية للمعالم التقديرية A , B

5- أوجد معامل الارتباط والتحديد وفسرهما .

6- تنبأ بإنفاق العائلة ذات دخل 30 ألف دج .

7- احسب قيمة الخطأ العشوائي عند الدخل 10 ألف دج

الجواب : $R = 0.94$ ، $S = 0.77$ ، $\hat{B} = 0.41$ ، $\hat{A} = 3.08$

التمرين رقم 06: لدينا البيانات الآتية عن الكمية المطلوبة Y (كغ) من سلعة ما وسعرها (ألف دج) كما يلي:

X_i	1	2	3	4	5	6	7
Y_i	18	14	9	7	4	3	1

1- ارسم شكل الانتشار . ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟

2- اوجد معادلة الانحدار Y/X بطريقة المختصرة . وفسر معالمها 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير

5- أوجد معامل الارتباط والتحديد وفسرهما .

6- تنبأ بالكمية المطلوبة عند السعر 10 ألف دج

7- احسب قيمة الخطأ العشوائي عند الدخل 04 ألف دج

الجواب : $R = 0.97$ ، $S = 1.46$ ، $\hat{B} = -2.785$ ، $\hat{A} = 15.14$

التمرين رقم 07: لدينا الجدول التالي عن كمية السماد المستخدمة في إنتاج السلع الزراعية وكمية المحصول.

X_i كمية السماد (كغ)	100	200	400	500
Y_i كمية المحصول (طن)	70	70	80	100

1- ارسم شكل الانتشار بين Y . X ماذا تستنتج منه ؟

2- قدر معادلة الانحدار Y/X . وارسم بيانها

3- اشرح معنى القيم التقديرية A , B 4- احسب الخطأ المعياري للتقدير .

5- احسب الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية

6- اختبر القيم التقديرية إذا كانت القيم الحقيقية تعادل $B = -2$, $B = 3$, $A = 7.2$, $A = 2$ عند مستوى معنوية 5% .

7- ماهو مجال الثقة أو التقدير للمعالم A , B عند مستوى المعنوية 5%

8- احسب معامل التحديد وفسر معناه 9- تنبأ بكمية المحصول إذا كانت كمية السماد 150 كغ ، 200 كغ ، 300 كغ .

10- كون مجال التنبؤ (الثقة) لكمية المحصول Y الفعلية عند مستوى المعنوية 5 % ، 10 % عند استخدام كمية الأسمدة مقدارها 150 كغ .

$$\hat{A} = 59 \quad , \quad \hat{B} = 0.07 \quad , \quad S = 3.578 \quad R = 0.904 \quad \text{الجواب:}$$

التمرين رقم 08 لدينا البيانات التالية عن متغيرين X, Y

X_i	0	3	6	9	12
Y_i	3	7	16	21	25

- 1- ارسم شكل الانتشار .ماذا تستنتج من هذا الشكل؟ 2- أوجد معادلة الانحدار $Y/X, X/Y$
 - 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير Y/X 4- احسب الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية
 - 5- اختبر معنوية المعلمة B عند مستوى معنوية 5% 6- ماهو مجال الثقة (مجال التنبؤ)
باحتمال 95% للمعلمة B 7- احسب معامل الارتباط ومعامل التحديد وفسر معناه
 - 8- احسب التباين المفسر والتباين غير المفسر .
 - 9- ماهي القيمة التنبؤية لـ Y عند $X = 7$ وماهو مجال التنبؤ (الثقة) باحتمال 95%
- الجواب:** $\hat{A} = 2.8 \quad , \quad \hat{B} = 1.93 \quad , \quad S = 1.50 \quad R = 0.990$

التمرين رقم 09 لدينا البيانات التالية لمؤسسة ما عن حجم الأرباح (ألف دج) التي حققتها خلال عشر سنوات وحجم الأنفاق الاستثماري في كل سنة:

السنة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
حجم الأرباح X_i	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
الأنفاق الاستثماري Y_i	40	45	50	65	70	70	80	85	85	95

- 1- ارسم شكل الانتشار بين Y و X .هل توجد علاقة بين أرباح واستثمارات المؤسسة؟
- 2- أوجد معادلة الانحدار Y/X . وفسر معالمها .
- 3- تنبأ بقيمة الاستثمارات إذا كان حجم أرباح المؤسسة 550 ألف دج. و 120 ألف دج على التوالي.
- 4- احسب الخطأ المعياري لمعادلة التقدير
- 5- أوجد معامل الارتباط ومعامل التحديد وفسر معناهما.
- 6- اختبر معنوية العلاقة بين حجم الاستثمارات وحجم الأرباح في المؤسسة عند مستوى المعنوية 5% ، و 1% .

الجواب : $\hat{A} = 35.33 \quad , \quad \hat{B} = 0.06 \quad , \quad R = 0.983 \quad , \quad S = 3.57$

التمرين رقم 10 : إذا كان لدينا البيانات التالية عن مستوى الادخار ومستوى الدخل لخمسة عائلات كمايلي:

الدخل X_i (دج)	8000	11000	9000	6000	6000
الادخار Y_i (دج)	600	1200	1000	700	300

- 1- أوجد نوع العلاقة بين الدخل والادخار 2- هل يمكن تمثيل هذه العلاقة بخط مستقيم
- 3- قدر معالم هذه المعادلة وفسر معناهما. 4- احسب الخطأ المعياري للتقدير 5- احسب الأخطاء المعيارية لمعالم النموذج
- 6- اختبر القيم التقديرية عند القيم الحقيقية الآتية: $B=1, B=0.7, A=1000, A=500$ عند مستوى معنوية 5% .
- 7- أنشئ مجال الثقة (التنبؤ) لكل من القيم الحقيقية B, A عند مستوى المعنوية 5%
- 8- احسب معامل الارتباط والتحديد وشرح معناهما .اختبر مستوى معنوية العلاقة بين X, Y
- 9- تنبأ بقيمة الادخار عندما يكون الدخل 10000 دج 10- انشئ مجال التنبؤ بقيمة الادخار عند الدخل السابق ومستوى معنوية 5% ، و 1% .

الجواب : $\hat{A} = -395.65$ ، $\hat{B} = 0.144$ ، $S = 197.01$ ، $R = 0.874$

التمرين رقم 11:

ليكن لدينا النموذج الخطي التالي :

$$\hat{Y}_i = 20.5 + 0.95X_i$$

المطلوب:

- 1- حدد مجال التنبؤ (الثقة) لـ Y عند القيمة $X=12$. علما أن $n=16$ ، $\bar{X}=9$ ، $S_x=108$ ، $ESS=6.3$ عند مستوى معنوية 10%
- 2- اختبر معنوية القيمة التنبؤية \hat{Y} عند $X=12$ (معنوية الفرق). إذا كانت القيمة الأصلية لـ $Y=30$ عند مستوى المعنوية السابق
- 3- حدد مجال التنبؤ (الثقة) لـ Y حالة النموذج التالي : $\hat{Y}_i = 42 - 0.75X_i$ ، $n=20$ ، $S_x=250$ ، $ESS=6.25$ ، $\bar{X}=12$ ، $X=15$ مستوى المعنوية 5%
- 4- حدد مجال التنبؤ (الثقة) لـ Y في حالة النموذج التالي: $\hat{Y}_i = 30 + 0.95X_i$ ، $n=26$ ، $S_x=128$ ، $ESS=26.3$ ، $\bar{X}=29$ ، $X=32$ مستوى المعنوية 5%

التمرين رقم 12:

في دراسة قامت بها إحدى الشركات عن العلاقة بين عمر آلة بالسنوات وتكلفة صيانتها بألف دج ، فحصلت الشركة على البيانات التالية عن مجموعة 10 آلات

X_i العمر	2	4	5	7	8	4	9	10	5	7
Y_i التكلفة	50	125	150	230	265	105	290	400	100	215

1- ارسم شكل الانتشار. ماذا تستنتج؟ 2- قدر معادلة الانحدار بين عمر الآلة وتكلفة الصيانة وفسر معالمها.

3- احسب الخطأ المعياري للتقدير . 4- ماهي الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية

5- اختبر معنوية المعالم التقديرية عند مستوى معنوية 5% ، 1%

6- احسب معامل الارتباط ومعامل التحديد وفسرهما.

7- اختبر معامل الارتباط عند مستوى معنوية 5%. في الحالات التالية:

$$R=0.3 \quad R<0.2 \quad R>0.4$$

8- تنبأ بمتوسط تكلفة الصيانة للآلة عمرها 12 سنة 9- وما هو مجال التنبؤ لمتوسط تكلفة صيانة

هذه الآلة عند مستوى المعنوية 5% ، 1%

الجواب : $\hat{A} = -58.07$ ، $\hat{B} = 41.16$ ، $S = 27.86$ ، $R = 0.969$

التمرين رقم 13:

تنتج إحدى المؤسسات قطع غيار وإنتاجها الشهري يتناسب مع حاجة السوق

والجدول التالي: يوضح عدد الوحدات المنتجة وعدد العمال خلال 10 اشهر

الأشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد الوحدات المنتجة Y_i	30	20	60	80	40	50	60	30	70	60
عدد العمال X_i	73	50	128	170	87	108	135	69	148	132

1- حساب معادلة التقدير وفسر معالمها باعتبارها خطية 2- ماهو الخطأ المعياري لمعادلة التقدير.

3- احسب الخطأ المعياري للمعالم التقديرية 4- اختبر معنوية تأثير X على Y عند مستوى

معنوية 5% ، 1%

- 5- احسب معامل التحديد ومعامل الارتباط وفسرهما . 6- تقدير عدد الوحدات المنتجة عندما يكون عدد العمال 80 عامل 7- ايجاد مجال التنبؤ (مجال الثقة) لعدد الوحدات المنتجة عند عدد العمال السابق باحتمال 95% و 99% .
8- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ عن طريق معامل ثيل .

الجواب : ، $R = 0.998$ ، $S = 1.36$ ، $\hat{B} = 0.498$ ، $\hat{A} = -4.75$

التمرين رقم 14 : لدينا كمية المحصول من القمح (Y طن) الناتجة عن استخدام كميات مختلفة من الأسمدة X (كغ)

المحصول	40	44	46	48	52	58	60	68	74	80
الأسمدة	6	10	12	14	16	18	22	24	26	32

- 1- مانوع العلاقة بين الأسمدة والمحصول من القمح 2- تقدير العلاقة بين الأسمدة والمحصول.
2- فسر المعالم التقديرية لهذه العلاقة 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير وفسر معناه . 4- ارسم معادلة التقدير وبين الأخطاء العشوائية بيانياً
5- احسب الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية A ، B
6- هل للمعالم التقديرية معنى إحصائي عند مستوى المعنوية 5% ، 1%
7- احسب معامل الارتباط والتحديد وفسر معناهما . 8- هل لمعامل الارتباط معنى إحصائي عند مستوى معنوية 5% 9- احسب التباين الكلي والتباين المفسر والتباين غير مفسر 10- تتبأ بكمية المحصول عندما نستخدم كمية من الأسمدة مقدارها 21 كغ 11 - ماهو مجال التنبؤ (الثقة) بكمية المحصول عند استخدام كمية الأسمدة 21 كغ عند مستوى معنوية 5% ، 1%
12 - اختبر مقدرة هذا النموذج على التنبؤ.

الجواب : ، $R = 0.985$ ، $S = 2.43$ ، $\hat{B} = 1.66$ ، $\hat{A} = 27.12$

التمرين رقم 15:

ليكن لدينا المعلومات التالية عن سعر الفائدة وودائع التوفير (م.دج) خلال خمس سنوات كعينة في إحدى البنوك :

السنة	2004	2005	2006	2007	2008
سعر الفائدة %	10	10.2	10.4	10.5	10.6
ودائع التوفير	88.3	89.12	100.11	108.11	109.13

المطلوب:

- 1- ارسم شكل الانتشار، ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟
2- أوجد معادلة الانحدار وفسر معالمها التقديرية 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير
4- أوجد الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية 5- أوجد معامل الارتباط والتحديد.
6- اختبر معنوية العلاقة بين X ، Y عند مستوى معنوية 5%
7- ماهو مجال التنبؤ للمعالم A . B
8- تتبأ بحجم وودائع التوفير إذا كان سعر الفائدة 11% .
9- كون مجال التنبؤ بحجم الودائع عند سعر الفائدة 11% . ومستوى معنوية 10%
10- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ عن طريق معامل ثيل
الجواب : ، $R = 0.954$ ، $S = 3.45$ ، $\hat{B} = 39.56$ ، $\hat{A} = -310.15$

التمرين رقم 16:

يبين الجدول التالي تطور العلاقة بين استهلاك الكهرباء X و مردودية العامل Y في عينة من 10 مصانع :

رقم المصنع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y_i	2	3	6	4	2	3	4	5	6	8
X_i	6	6.1	6.8	7.2	7.4	7.9	8.2	8.5	8.9	9.1

المطلوب:

- 1- مانوع العلاقة بين مردودية العامل واستهلاك الكهرباء ؟ قدر معالم العلاقة بين مردودية العامل واستهلاك الكهرباء.
 - 2- فسر معالم هذه العلاقة. ثم احسب الخطأ المعياري للتقدير
 - 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير
 - 4- ماهي الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية
 - 5- احسب معامل الارتباط والتحديد وفسر معناهما .6- اختبر معنوية المعالم التقديرية عند مستوى المعنوية 5%.
 - 7- ماهو مجال التنبؤ للمعالم A .B
 - 8- احسب التباين الكلي والتباين المفسر والتباين غير مفسر.
 - 9- ماهي قيمة مردودية العامل عند مستوى $X=12$. وماهو مجال التنبؤ بمردودية العامل عند مستوى معنوية السابق.
 - 10- اختبر قدرة هذا النموذج على التنبؤ.
- الجواب : ، $R=0.659$ ، $S=1.55$ ، $\hat{B}=1.16$ ، $\hat{A}=-4.587$

التمرين رقم 17:

يبين الجدول التالي العلاقة بين حجم الاستثمار والنتاج الداخلي الخام بين سنة 2001 و 2012 في بلد ما بإعتبار أن الناتج المحلي متغير مستقل ،وحدة القياس ملياردج

السنة	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
حجم الاستثمار	0	1	2	3	4	5.5	7	8	9.5	10.5	11.5	14
الناتج المحلي	1	2	5	10	20	25	35	40	45	55	65	75

المطلوب:

- 1- قدر معالم هذه العلاقة باعتبارها خطية ، وفسر معناها.
- 2- احسب الخطأ المعياري للتقدير
- 3- ماهي الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية
- 4- احسب التباين الكلي والتباين المفسر والتباين غير مفسر. واستنتج معامل الارتباط والتحديد. وفسرهما.
- 5- هل لمعامل الارتباط دلالة إحصائية عند مستوى معنوية 5%
- 6- اختبر معنوية المعالم التقديرية لهذا النموذج عند مستوى معنوية 1%
- 7- ماهو مجال التنبؤ للمعالم التقديرية عند مستوى معنوية 10% ، 5% .

8- ماهي حجم الاستثمارات المتوقعة عند مستوى الناتج المحلي 70 م.د. وذلك عند مستوى معنوية 5%.

9- اختبر قدرة هذا النموذج على التنبؤ وفق معامل ثيل.

الجواب : ، $R=0.994$ ، $S=0.514$ ، $\hat{B}=0.177$ ، $\hat{A}=0.763$

التمرين رقم 18: فيما يلي بيانات عن إجمالي الإنفاق وإجمالي الأنفاق عن اللحوم لـ 10 أسر خلال احد الأشهر (الإنفاق بالألف دج)

X_i	2	4	6	8	9	10	12
Y_i	5	10	12	14	16	20	22

إذا اعتبرنا الأنفاق على اللحوم دالة غير خطية من الشكل التالي:

$$Y = A + \frac{B}{X} + U$$

1- تقدير معالم هذا النموذج 2- تنبأ بقيمة \hat{Y} عندما $X=20$. 3- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ.

الجواب : $\hat{B}=48.212$ ، $\hat{A}=4.94$

التمرين رقم 19:

لنفترض أن هناك صناعة يدوية تعتمد أساسا على عنصر العمل ويفرض أنه تم اختيار خمسة مصانع كعينة عشوائية:

عدد وحدات عنصر العمل	5	7	9	10	11
عدد الوحدات منتجة	8	12	17	20	23

باعتبار العلاقة بين عنصر العمل وعدد الوحدات المنتجة من الشكل $Y_i = AX^B + u$

1- قدر معالم نموذج دالة الإنتاج. هل يتوافق هذا النموذج مع النظرية الاقتصادية للإنتاج ؟

2- تنبأ بحجم الإنتاج. إذا علمت أن عدد العمال يساوي 15 .

3- ماهو مجال التنبؤ بحجم الإنتاج عند عدد العمال السابق ، ومستوى معنوية 5%

4- اوجد معامل الارتباط والتحديد وفسر معناهما.

5- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ.

الجواب : $\hat{B}=1.34$ ، $\hat{A}=0.908$

التمرين رقم 20: لدينا الجدول التالي حول متغيرين X , Y

X_i	1	3	4	6	7	8	9
Y_i	2	4	6	10	12	16	20

باعتبار العلاقة بين المتغيرين X , Y من الشكل $Y_i = AB^X + u$

1- تقدير معالم النموذج 2- تنبأ بقيمة \hat{Y} عندما $X=5$ 3- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ عن طريق معامل ثيل.