الحركيات(Cinématique)

علم الحركيات هو علم يدرس حركة نقطة مادية دون التعرض إلى مسبباتها مثل القوة والعزم.

- النقطة المادية هي كل جسم مادي تكون ابعاده مهملة أمام المسار الذي يسلكه.
- الحركة مفهوم نسبي

مثال :

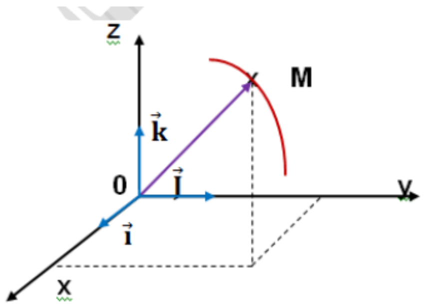
عندما يكون لدينا راكب في القطار وجالسا في مقعده وينظر إلى أبيه من النافذة واقف على الرصيف. عندما يتحرك القطار الأب يرى ابنه في حالة حركة ويراه زميله الذي جالسا بجانبه ساكنا. إذن الابن متحرك بالنسبة للأب وساكن بالنسبة لزميله , ومنه نقول إن الحركة والسكون مفهومان نسبيا.

موضع المتحرك

شعاع الموضع

يعرف شعاع الموضع بأنه الشعاع الذي مبدأه مبدأ المعلم O المختار لدراسة الحركة و موضع المتحرك عند النقطة M. و يعطى بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}$$



الشكل: تمثيل شعاع الموضع.

حيث z,y,x تسمى احداثيات المتحرك.

المعادلات الزمنية:

إذا كانت الإحداثيات x , y , z ثابتة أي ليس لها علاقة بالزمن t نقول أن المتحرك M في حالة سكون وإذا كانت الإحداثيات x , y , z متغيرة بدلالة الزمن t ويعطى بالعلاقة التالية [2-III]

أي x(t) و y(t) و z(t) نقول أن انقطة M في حالة حركة ونسمي هذه الإحداثيات بالمعادلات الزمنية للحركة.

$$\overrightarrow{OM} = \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases} \qquad [2\text{-III}]$$

معادلة المسار

المسار هو مجموعة النقاط المتعاقبة التي يمر بها المتحرك أثناء حركته.

ومعادلة المسار هي إيجاد علاقة بين الإحداثيات دون الزمن.

مثال:

متحرك يقوم بحركة في معلم كارتزي مستوي حيث إحداثيات المتحرك تعطى بالعلاقة التالية

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t^2 - 3 \end{cases}$$

معادلة المسار

نأخذ t من x حيث $t = \frac{x}{3}$ ثم نعوضها في y

فتصبح معادلة y كالتالي $y = 2\frac{x^2}{9} - 3$ تسمى معادلة المسار

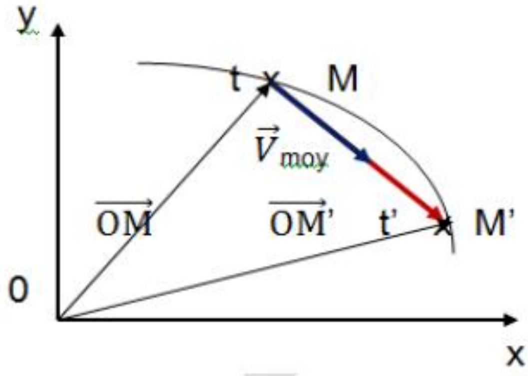
شعاع السرعة

شعاع السرعة المتوسطة

عندما يكون لدينا متحرك ينتقل على مسار في اللحظة t يكون عند النقطة M وفي اللحظة t' يكون عند النقطة M' فنسمي الشعاع $\overrightarrow{MM'}$ بشعاع الإنتقال والزمن المستغرق بين الموضع M والموضع M' هو $\Delta t = t'-t$ نسمي شعاع السرعة المتوسطة $\vec{V}_{moy}$ حاصل قسمة شعاع الإنتقال على الزمن المستغرق أنظر الشكل (2-III)

شعاع السرعة المتوسطة يعطى بالعلاقة التالية [3-III]

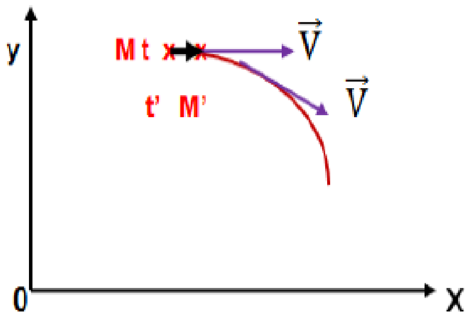
$$\boxed{\vec{V}_{moy} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{t'-t}} \qquad [3\text{-III}]$$



الشكل: تمثيل شعاع الانتقال وشعاع السرعة المتوسطة.

شعاع السرعة اللحظية:

عندما يكون لدينا متحرك ينتقل على مسار في اللحظة t يكون عند النقطة M وفي اللحظة t' يكون عند النقطة M' والفارق الزمني $\Delta t = t'-t$ يؤول إلى لحظة فإن شعاع الإنتقال يصبح قطعة مستقيمة على المسار وشعاع السرعة يصبح مماس للمنحنى أنظر الشكل (3-III).



الشكل: تمثيل شعاع الانتقال و شعاع السرعة اللحظية.

وشعاع السرعة اللحظية يعطى بالعلاقة التالية.[4-III]

$$\boxed{\vec{V} = \lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \vec{V}_{moy} = \lim_{t' \longrightarrow t} \frac{\overrightarrow{\Delta OM}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}} \qquad [4\text{-III}]$$

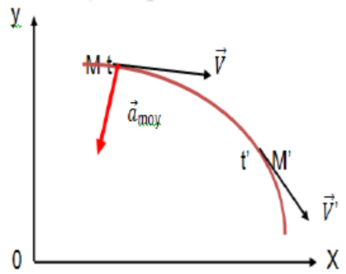
ومنه نقول أن شعاع السرعة اللحظية هو مشتق شعاع الموضع بالنسبة للزمن ويكون دائما مماس للمنحنى.

شعاع التسارع:

شعاع التسارع المتوسط:

عندما يكون لدينا متحرك يقوم بحركة على مسار في اللحظة t يكون في الموضع M ويكسب سرعة لحظية $\vec{V}$ وفي اللحظة t' يكون في الموضع M' ويكسب سرعة $\vec{V}'$ أنظر الشكل(3-III) نسمي شعاع التسارع المتوسطة $\vec{a}_{moy}$ حاصل قسمة شعاع الطرح بين السرعتين $\Delta\vec{V}$على الزمن المستغرق Δt ويعطى بالعلاقة التالية [6-III]

$$\boxed{\overrightarrow{a_{moy}} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}' - \vec{V}}{t' - t}}$$



الشكل: تمثيل شعاع التسارع المتوسط.

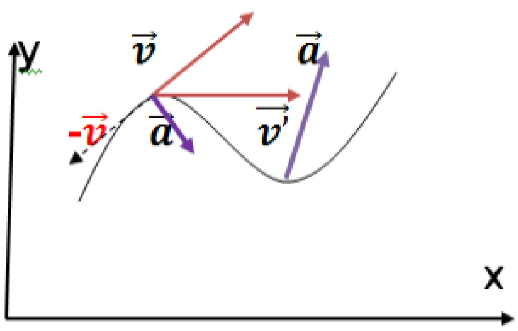
شعاع التسارع اللحظي:

عندما يكون الفارق الزمني يؤول الى لحظة فان شعاع التسارع المتوسط يصبح شعاع تسارع لحظي و يعطى بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{moy} = \lim_{t' \to t} \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}}$$

ومنه نقول أن شعاع التسارع اللحظي هو مشتق شعاع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن و يكون دائما موجه نحو تقعر المنحنى.



الشكل: تمثيل شعاع التسارع اللحظي.

عندما يكون لدينا متحرك إحداثياته في معلم كارتزي هي. $\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

فإن شعاع التسارع a يعطى بالعلاقة التالية

$$\vec{a} = \ddot{X}\,\vec{\imath} + \ddot{y}\,\vec{\jmath} + \ddot{z}\,\vec{k}$$

شدة شعاع التسارع

شدة شعاع التسارع اللحظي يعطى بالعلاقة التالية [8-III]

$$\boxed{a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}} \qquad [8\text{-III}]$$

وحدة شعاع التسارع هي متر على الثانية مربع. m/s^2

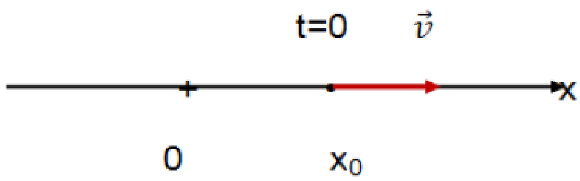
الحركات المستقيمة:

الحركة المستقيمة المنتظمة

تعريف: الحركة المستقيمة المنتظمة هي حركة مسارها خط مستقيم و شعاع سرعتها ثابت و شعاع تسارعها معدوم.

المعادلة الزمنية للحركة

نختار معلم خطي ليكن $\vec{0}$ كمعلم مبدأه 0 لتكون نقطة مادية M تنطلق من نقطة فاصلتها x_0 عند اللحظة t=0 ويسير بسعة ثابتة v .



بما أن السرعة هي مشتق المسافة x

إذن السرعة $\boxed{v = \frac{dx}{dt}}$

فإن $dx = vdt$

بتكامل الطرفين $\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t vdt \implies x - x_0 = vt$

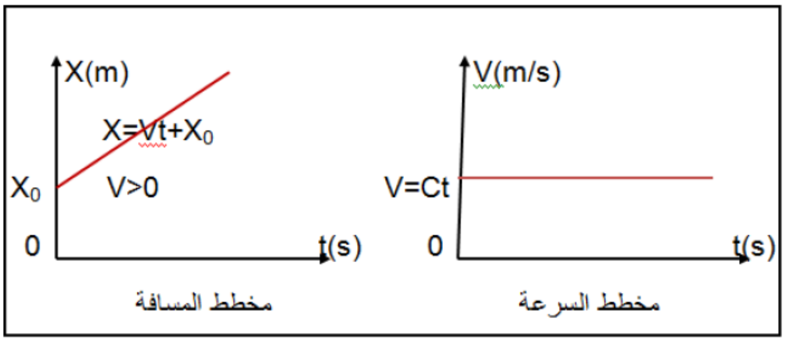
المعادلة الزمنية للحركة المستقيمة المنتظمة هي $\boxed{x(t) = vt + x_0}$

$x(t)$ الزمنية الفاصلة

v السرعة

x_0 الفاصلة الإبتدائية

مخططات الحركة المستقيمة المنتظمة:



الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام:

تعريف: الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام هي حركة مسارها خط مستقيم وشعاع تسارعها ثابت و شعاع سرعتها متغير.

المعادلة الزمنية للحركة

نختار معلم خطي ليكن $\vec{0}$ كمعلم مبدأه 0 لتكون نقطة مادية M تنطلق من نقطة فاصلتها x_0

عند اللحظة $t=0$ و سرعة ابتدائية v_0

وتسارع ثابت a

معادلة السرعة

لدينا $a = \frac{dv}{dt}$ <=== $dv = adt$ بتكامل الطرفين $\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t adt$

$v - v_0 = at$ <=== $\boxed{v = at + v_0}$ المعادلة الزمنية للسرعة

المعادلة الزمنية للحركة

لإيجاد الفاصلة الزمنية لدينا $\frac{dx}{\mathrm{dt}} = v$ <=== $dx = vdt$ نعوض v بما يعادلها

تصريح $dx = (at + v_0)dt$

بتكامل طرفي المعادلة

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (at + v_0)dt$$

ومنه [9-III] $x - x_0 = \frac{at^2}{2} + v_0 t$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0}$$

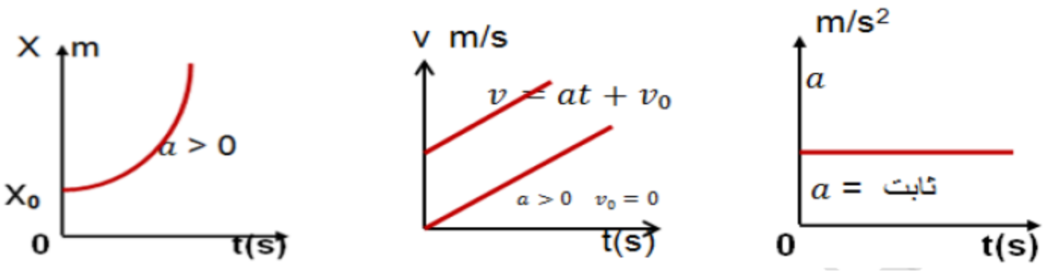
حيث $x(t)$ الفاصلة الزمنية

x_0 الفاصلة الابتدائية

a تسارع الحركة

v_0 السرعة الابتدائية عند t=0

مخططات الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام



الشكل: تمثيل مخططات الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام.

معادلات الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام وتعطى بالعلاقات التالية [III-10-12]

-[10-III] $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

- [11-III] $v = at + v_0$

نستخرج الزمن من المعادلة الثانية أي $\mathrm{t} = \frac{v - v_0}{a}$

ثم نعوضها في المعادلة (1)

فنحصل على المعادلة الثالثة للحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام وهي

[12-III] $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

الحركة المستقيمة المتغيرة:

هي الحركة المستقيمة التي يكون تسارعها تابعا للزمن وليس ثابت $a = g(t)$

مثال: حركة م متغيرة تسارعها يعطى بالعلاقة التالية $a = 2t - 1$

معادلات الحركة بما أن $a = \frac{dv}{dt}$ $\quad dv = adt$

$$dv = (2t - 1)dt$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t (2t - 1)dt$$

بتكامل طرفي المعالة

$$v - v_0 = \frac{2t^2}{2} - t$$

معادلة السرعة $v = t^2 - t + v_0$

المعادلة الزمنية للحركة .

لدينا $\frac{dx}{dt} = v$ ومنه $dx = vdt$ $\quad \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (t^2 - t + v_0)dt$

$$x - x_0 = \frac{1}{3} t^3 - \frac{1}{2} t^2 + v t$$

$$\boxed{x = \frac{1}{3} t^3 - \frac{1}{2} t^2 + v t + x_0}$$

[13-III]