العمليات على الأشعة

تمثيل الشعاع.

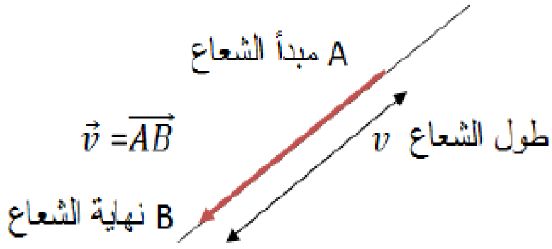
يمثل الشعاع بقطعة مستقيمة موجهة بسهم (الشكل1) للشعاع أربعة خصائص

الحامل: هو المستقيم الذي يحمل الشعاع

الإتجاه: يمثل بسهم يبين اتجاه الشعاع

الشدة: تمثل قيمة المقدار المقاس للشعاع و هندسيا تمثل طول الشعاع

نقطة التأثير: تمثل نقطة بداية للشعاع



الشكل1. التمثيل البياني للشعاع

ملاحظة

عندما تكون لدينا نقطتان B و A حيث إحداثياتهما x_B و y_B ثم x_A و y_A. فإن إحداثيات الشعاع $\overrightarrow{AB}$

تعطى بالعلاقة التالي هي $\overrightarrow{AB} = \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{cases}$

عندما تكون لدينا نقطتان B و A حيث إحداثياتهما $A(x_A . y_A . z_A)$: $B(x_B . y_B . z_B)$:

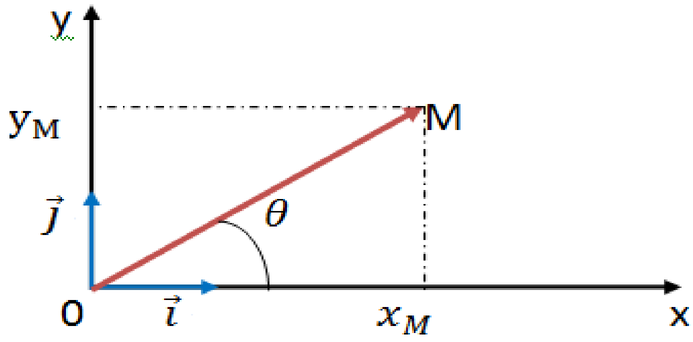
مركبات الشعاع $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB} = \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{cases}$

طويلة هذا الشعاع هي

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

تمثيل شعاع في المستوي (o.x.y)

لتكن النقطة **M** معرفة في معلم **(o.x.y)** المزود بالقاعدة المتعامدة و المتجانسة $(\vec{I}, \vec{J})$ حيث الشعاع يعطى بالعلاقة التالية



الشكل2. يمثل مركبات شعاع في مستوي

طويلة الشعاع $\vec{a}$ يعطى بالعلاقة التالية

$$OM = \sqrt{(x_M)^2 + (y_M)^2}$$

ميل هذا الشعاع $\overrightarrow{OM}$ بالنسبة ل ox تعطى بالعلاقة التالية

$$\tan(\theta) = \frac{x}{y}$$

مركبات هذا الشعاع x و y لهما علاقة بطويلة OM الشعاع و الزاوية θ حيث

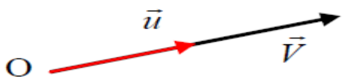
$$\begin{cases} x = OM\cos(\theta) \\ y = OM\sin(\theta) \end{cases}$$

شعاع الوحدة. « Vecteur Unitaire »

كل شعاع يكتب على شكل طويلة هذا الشعاع في شعاع وحدته:

$$\vec{V} = \|\vec{V}\|.\vec{u}$$

الشعاع $\vec{u}$ موازي للشعاع $\vec{V}$ و طويلته تساوي الواحد : $\|\vec{u}\| = 1$



مثال الشكل2.

$$\begin{cases} \overrightarrow{OM_x} = OM\cos\theta\vec{i} \\ \overrightarrow{OM_y} = OM\sin\theta\vec{j} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{OM} = OM\cos\theta\vec{i} + OM\sin\theta\vec{j} \\ \overrightarrow{OM} = OM(\cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j}) \\ \overrightarrow{OM} = OM\,\vec{u} \end{cases}$$

من هنا نستنتج : $\vec{u} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$

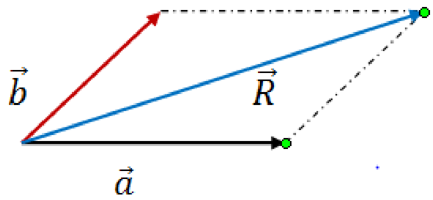
حيث $\vec{u}$ هو شعاع الوحدة للشعاع $\overrightarrow{OM}$.

جمــــع شعاعين :

أ)-الطريقة الهندسية :

جمع الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو الشعاع $\vec{C}$ حيث : $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

نتحصل على الشعاع $\vec{C}$ بتطبيق قاعدة توازي الأضلاع.



ب)-الطريقة التحليلية :

تعطى عبارتي الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ كما يلي :

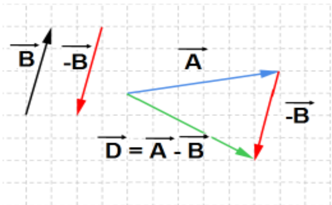
$$\begin{cases} \vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} \\ \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} \end{cases}, \qquad \vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{C} = (A_x + B_x)\vec{\imath} + (A_y + B_y)\vec{\jmath}$$

طـــــــرح شعاعين :

أ)-الطريقة الهندسية :

هندسيا يمثل الشعاع $\vec{D}$ الطرح بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ حيث: $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ إن طرح الشعاع $\vec{B}$ من الشعاع $\vec{A}$ هو نفسه جمع الشعاعين $\vec{A}$ و $-\vec{B}$



ب)-الطريقة التحليلية :

تعطى مركبة الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ في معلم ثنائي الأبعاد بما يلي :

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} \\ \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} \end{cases}$$

فإن الشعاع $\vec{D}$ يكتب على الشكل $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$

$$\vec{D} = (A_x - B_x)\vec{\imath} + (A_y - B_y)\vec{\jmath}$$

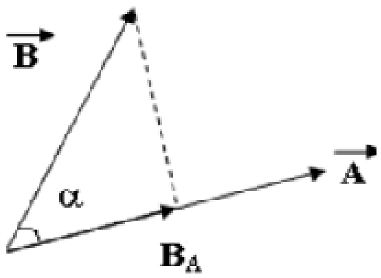
الطرح في الأشعة عملية ليست تبديلية أي أن : $\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$

الجداء السلمي

نعرف الجداء السلمي بين الشعاعين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بالمقدار السلمي

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| . \|\vec{B}\| . \cos\alpha$$

الزاوية بين الشعاعين : $\alpha(\widehat{\vec{A}, \vec{B}})$



العبارة التحليلية للجداء السلمي.

$\vec{A}$ و $\vec{B}$ شعاعان معرفان في القاعدة $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ حيث:

$$\begin{cases}\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k}\\ \vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}\end{cases} \Rightarrow \vec{A}.\vec{B} = (A_x\,\vec{\imath} + A_y\,\vec{\jmath} + A_z\,\vec{k}).(B_x\,\vec{\imath} + B_y\,\vec{\jmath} + B_z\,\vec{k})$$

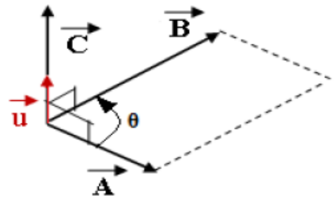
$$\vec{A}.\vec{B} = A_x\,B_x + A_y\,B_y + A_z\,B_z$$

حيث: $\vec{\imath}\,.\vec{\imath} = \vec{\jmath}\,.\vec{\jmath} = \vec{k}\,.\vec{k} = 1$

$$\vec{\imath}\,.\vec{\jmath} = \vec{\jmath}\,.\vec{k} = \vec{k}.\vec{\imath} = 0$$

الجداء الشعاعي.

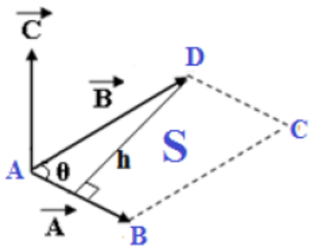
الجداء الشعاعي $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هو الشعاع $\vec{C}$ حيث:



$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{C}$$

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = \|\vec{A}\|\,.\,\|\vec{B}\|.\sin\theta\,\vec{u}$$

حيث $\vec{u}$ شعاع وحدة و يكون عمودي على $\vec{A}$ و $\vec{B}$ في نفس الوقت.

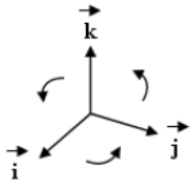


الشكل الهندسي للجداء الشعاعي :

$$\|\vec{A}\wedge\vec{B}\| = \|\vec{A}\|.\underbrace{\|\vec{B}\|.\sin\theta}_{h}$$

$$\|\vec{A}\wedge\vec{B}\| = \|\vec{A}\|.h = S_{abcd}$$

حيث:



S_{abcd} : هي مساحة متوازي الإضلاع المتكون من الشعاعان $\vec{A}$ و $\vec{B}$

ملاحظة :

$$\vec{\imath}\wedge\vec{\imath} = \vec{\jmath}\wedge\vec{\jmath} = \vec{k}\wedge\vec{k} = \vec{0}$$

$\vec{\imath}\wedge\vec{\jmath} = \vec{k},\quad \vec{\jmath}\wedge\vec{k} = \vec{\imath},\quad \vec{k}\wedge\vec{\imath} = \vec{\jmath}$ (خاصية التبديل الدائري) .

العبارة التحليلية للجداء الشعاعي :

نفرض أن $\vec{A}$ و $\vec{B}$ شعاعان معرفان في القاعدة $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, ليكن $\vec{C}$ هو الجداء الشعاعي بين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

$$\vec{C} = \vec{A}\wedge\vec{B}$$

$$\vec{C} = \vec{A}\wedge\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix}\vec{\imath} - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix}\vec{\jmath} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$\vec{C} = \underbrace{(A_y B_z - B_y A_z)}_{C_x}\vec{\imath} - \underbrace{(A_x B_z - B_x A_z)}_{C_y}\vec{\jmath} + \underbrace{(A_x B_y - B_x A_y)}_{C_z}\vec{k}$$