

Exercice 01 :

1°/ Ecrire la différentielle de l'énergie interne dU en fonction des variables indépendantes T et V .

2°/ A partir de dU et de l'expression $\delta Q = dU - \delta W$, donner dS pour un gaz parfait en fonction des variables T et V et des dérivées partielles de l'énergie interne U du gaz.

3°/ En déduire que $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$ Conclusion.

Exercice 02 :

Un calorimètre en équilibre thermique contient une masse d'eau $m_1=300g$ a la température $T_1=15^\circ C$.

On ajoute une masse $m_2=250g$ d'eau a la température $T_2=60^\circ C$. La température finale du mélange, lorsque l'équilibre thermique est atteint, est $T_f=64^\circ C$.

Calculer la capacité thermique du calorimètre.

Donnée :

$$c_e = 4185 \text{ J.K}^{-1}.\text{Kg}^{-1}$$

Exercice 03 :

Le volume initial d'une mole de gaz parfait $V_1=5 \text{ L}$. On comprime ce gaz d'une manière adiabatique de $P_1=1 \text{ bar}$ à $P_2= 10 \text{ bar}$.

On donne pour un gaz, $\gamma = 1,4$.

1°/ Calculer les valeurs de V_2 et T_2 .

2°/ Déterminer le travail W reçu par le gaz au cours de cette compression.

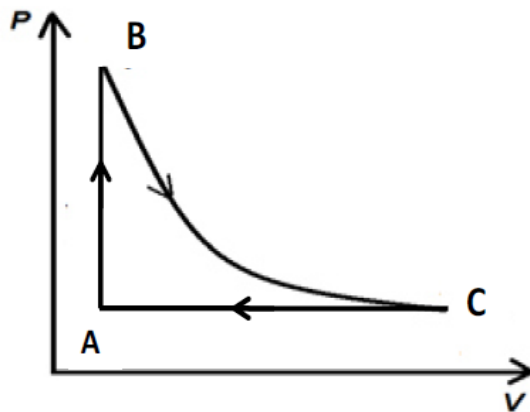
Exercice 03 :

Le volume initial d'une mole de gaz parfait $V_1=5 \text{ L}$. On comprime ce gaz d'une manière adiabatique de $P_1=1 \text{ bar}$ à $P_2= 10 \text{ bar}$.

On donne pour un gaz, $\gamma = 1,4$.

1°/ Calculer les valeurs de V_2 et T_2 .

2°/ Déterminer le travail W reçu par le gaz au cours de cette compression.



1°/ Exprimer les grandeurs W et Q pour les évolutions AB , BC et CA .

2°/ Déduire pour l'ensemble du cycle le travail W_{cycle} et la quantité de la chaleur Q_{cycle} .
Conclure.

Exercice 05 :

Un morceau d'aluminium froid A de masse $m=100g$ (système étudié) à la température $T_1=10^\circ C$. On le met en contact thermique avec l'air ambiant B de température $T_2=20^\circ C$ (extérieur du système étudié).

1°/ Calculez la variation d'entropie ΔS_A du morceau d'aluminium.

2°/ Calculez la variation d'entropie ΔS_B de l'air ambiant.

3°/ Déduisez-en la variation d'entropie ΔS_{A+B} de "l'univers" (système isolé). Est-ce que la transformation est réversible ?

On donne pour l'aluminium $C = 896 J/kg$.

Solution

1°/ La différentielle de $U(T, V)$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

2°/ L'expression de dS :

$$dQ = dU - \delta W \quad \text{et} \quad \delta W = PdV = -\frac{nRT}{V} dV$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + \frac{nR}{V} \right) dV$$

3°/ dS est une différentielle totale exacte, donc on a l'égalité des dérivées croisées

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right) + \frac{nR}{V} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} &= \frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} - \frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \Rightarrow \frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0 \\ &\Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0 \end{aligned}$$

U est indépendante de V , donc elle dépend uniquement de T pour un gaz parfait.

Solution

Calcul de C_{cal} :

$$dH = 0 = m_1 c_e (T_f - T_1) + C_{cal} (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2)$$

$$\Rightarrow C_{cal} = \frac{m_1 c_e (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2)}{T_1 - T_f}$$

$$\Rightarrow C_{cal} = \frac{0,3 \times 4185 (307 - 288) + 0,250 \times 4185 (307 - 333)}{288 - 307}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{cal} = 176 \text{ J.K}^{-1}}$$

Solution

1°/ Calcule de V_2 :

Pour un gaz parfait (compression adiabatique) :

$$\begin{aligned}P_1 V_1^\gamma &= P_2 V_2^\gamma \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \\ &\Rightarrow V_2 = 5 \times \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{1}{1,4}} \\ &\Rightarrow \boxed{V_2 = 0,96 \text{ L}}\end{aligned}$$

Calcule de T_2 :

$$\begin{aligned}T_2 &= \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{10 \cdot 10^5 \times 0,96 \cdot 10^{-3}}{1 \times 8,314} \\ &\Rightarrow \boxed{T_2 = 115 \text{ K}}\end{aligned}$$

2°/ Le travail W

Pour une évolution adiabatique

$$\begin{aligned}W = \Delta U &= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} \\ &= \frac{10 \cdot 10^5 \times 0,96 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^5 \times 5 \cdot 10^{-3}}{1,4 - 1} \\ &\Rightarrow \boxed{W = 1,15 \text{ KJ}}\end{aligned}$$

1°/ Les grandeurs W et Q pour les évolutions AB , BC et CA

Évolutions AB (isochore $V_A=V_B$) :

$$W_{AB} = -\int PdV = 0$$

$$Q_{AB} = mC_V \int dT$$

Avec

$$PV = nRT \Rightarrow dT = \frac{V_A}{nR} dP$$

$$Q_{AB} = \frac{mV_A C_V}{nR} \int_{P_A}^{P_B} dP = \frac{mV_A C_V}{nR} (P_B - P_A)$$

Évolutions BC (isotherme $T_B=T_C$) :

$$W_{BC} = -\int PdV = 0$$

Avec

$$PV = nRT \Rightarrow P = nR \frac{T}{V}$$

$$T_C = T_B = T = Cte$$

$$W_{BC} = -nRT \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = -nRT \ln \frac{V_C}{V_B} = -nRT \ln \frac{P_B}{P_C}$$

Pour une transformation isotherme

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} = 0$$

$$Q_{BC} = -W_{BC} = nRT \ln \frac{V_C}{V_B} = nRT \ln \frac{P_B}{P_C}$$

Évolutions CA (isobare $V_C=V_A$) :

$$\begin{aligned}W_{CA} &= -\int_{V_C}^{V_A} P_A dV \\ &= -P_A(V_A - V_C) = nR(T_C - T_A)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q_{CA} &= mC_P \int dT = \frac{mC_P P_A}{nR} \int_{V_C}^{V_A} dV \\ &= \frac{mC_P P_A}{nR} (V_A - V_C) = mC_P (T_A - T_C)\end{aligned}$$

2°/ Pour l'ensemble du cycle

$$\begin{aligned}W_{cycle} &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} \\ &= -nRT \ln \frac{P_B}{P_C} + nR(T_C - T_A)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q_{cycle} &= Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} \\ &= nRT \ln \frac{P_B}{P_C} - nR(T_C - T_A)\end{aligned}$$

Ce qui vérifie le premier principe $\Delta U_{cycle}=0$

Solution

1°/ La variation d'entropie ΔS_A :

La température finale de l'aluminium est celle de l'air ambiant ($T_f = T_2 = 20^\circ C$),

Ainsi

$$\begin{aligned}\Delta S_A &= \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{mC dT}{T} \\ &= mC \ln \frac{T_f}{T_1} = 100 \times 10^{-3} \times 896 \times \ln \frac{293}{283}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_A = 3,11 \text{ J.K}^{-1}}$$

2°/ La variation d'entropie ΔS_B :

$$\Delta S_B = \frac{Q_B}{T_2}$$

car **B** est un thermostat, donc $Q_B = -Q_A$

$$\Delta S_B = -\frac{Q_A}{T_2} \quad \text{Avec } Q_A = mC(T_f - T_1)$$

$$\begin{aligned}\Delta S_B &= -\frac{mC(T_f - T_1)}{T_2} \\ &= -\frac{100 \times 10^{-3} \times 896 \times (293 - 283)}{293}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_B = -3,06 \text{ J.K}^{-1}}$$

3°/ La variation d'entropie ΔS_{A+B} :

$$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B = 3,11 - 3,06$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_{A+B} = 53,4 \text{ J/K}}$$

On observe une augmentation d'entropie pour un système isolé. $\Delta S_{A+B} \neq 0$ pour un système isolé \Rightarrow transformation non réversible

Dr MOHAMMED CHERIF OUIZA