امتحان أعمال موجهة في تحليل السلاسل الزمنية

- أجب بصحيح أو خطأ عن ما يلي مع البرهان.

1) إذا كانت البيانات التالية تمثل المبيعات الشهرية من مادة أولية ما.

الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المبيعات	30	40	53	42	58	65	63	76	80	72	82	95

عند تعديل السلسلة بإستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة فإن القيمة المتبأ بها للشهر الأول من السنة الموالية ستكون 72,125 عند ($\alpha = 0,85$).

2) بيانات السلسلة في السؤال 1 تحتوي على مركبة الإتجاه العام.

3) إذا كانت سلسلة المتغير Y_t تعطى وفقا كما يلي:

$Y_t = 0,7\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ فإن $r_1 = 40$ $r_2 = 0,23$.

4) البيانات الموالية تمثل عدد الحوادث في منطقة ما خلال 10 أشهر.

الشهر t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y_t	27	25	20	15	21	20	12	13	15	14

فإن $r_{11} = 0,7$ $r_{22} = -0,25$.

5) - من السلاسل الزمنية التالية توجد المركبة الموسمية في كل حدث.

*1 درجات الحرارية اليومية صباحا لمريض.

*2 عدد الحوادث المميتة شهريا في الولايات المتحدة.

*3 عدد حيوانات التي تم إصطيادها خلال عدة سنوات

*4 مبيعات الملابس الشتوية خلال السنة.

*5 عدد المسابقين هو + خلال عدة سنوات.

6) - البيانات التالية توضح إنتاج الاسمنت من أحد المصانع خلال الفترة الزمنية 2019-2024 بالآلاف الأطنان

t	2019	2020	2021	2022	2023	2024
انتاج	14	11	18	25	22	32

حسب نتائج اختبار داتيال فإن هذه السلسلة لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام. ($r_{\frac{1}{2}} = 0,886$) < ($\alpha = 0,05$)

7) - حسب بيانات السؤال 6 فإن معادلة الاتجاه العام المقدرة هي $Y'_t = 13,5 + 0,72t$.

Scanné avec CamScanner

تمرين رقم 02

أجب على الآتي:

1- ما ذا يقصد بـ ACF (دالة الارتباط الذاتي)

PACF (دالة الارتباط الذاتي الجزئي)

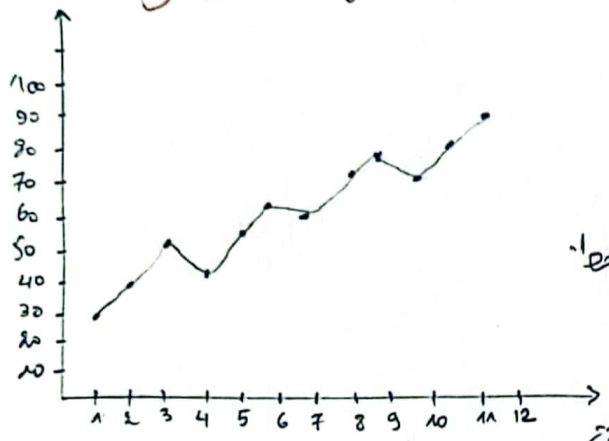
2- أذكر باختصار خصائص كل من ACF و PACF

3- ما هو الفرق بين كل من ACF و PACF

4- أذكر أنماط الاستقرارية

5- أذكر شروط الاستقرارية.

الحل النموذجي لامتحان أعمال موجهة في تحليل السلاسل الزمنية 1



① خطأ

نقوم بتمثيل السلسلة من خلال التمثيل نلاحظ أن السلسلة تحتوي مركبة الاتجاه العام وبذلك لا يمكن تطبيق طريقة التسوية البسيط من أجل التقدير والتنبؤ بالقيمة Y_{t+1}

② صحيح.

نتأكد من احتواء السلسلة على مركبة الاتجاه العام من خلال 3 طرق، أما الرسم البياني للسلسلة، وطريقة المتوسطات النصفية، وبالطريقة الحسابية (اختبار دانيال) معامل الارتباط الرتبي.

نطبق أي طريقة ولتكن المتوسطات النصفية

$\overline{Y_1} = 48 \quad \overline{Y_2} = 78 \Rightarrow \overline{Y_1} < \overline{Y_2}$

ومنه نتأكد من احتواء السلسلة على مركبة الاتجاه العام.

③ خطأ

نقوم بحساب معاملات الارتباط الذاتي لدينا $Y_t = 0,7\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

Scanné avec CamScanner

2/

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{Var(Y_t)} \Rightarrow \rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

* $\gamma_0 = Var(Y_t)$

$\gamma_0 = E(Y_t - E(Y_t))^2$

بما أن

$E(Y_t) = E(0,7\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t)$

$E(Y_t) = 0$

$\gamma_0 = E(Y_t)^2$

$\gamma_0 = E(0,7\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t)^2$

$\gamma_0 = E(0,7\varepsilon_{t-1}^2 + \varepsilon_t^2)$

$\gamma_0 = 0,7\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\varepsilon^2$

$\gamma_0 = (1+0,7)\sigma_\varepsilon^2$

$\boxed{\gamma_0 = 1,7\sigma_\varepsilon^2}$

* $\gamma_1 = Cov(Y_t, Y_{t-1})$

$\gamma_1 = E\left[(Y_t - E(Y_t))(Y_{t-1} - E(Y_{t-1}))\right]$

$\gamma_1 = E(Y_t - Y_{t-1})$

$Y_{t-1} = 0,7\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$ ومنه

$\gamma_1 = E\left[(0,7\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t)(0,7\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1})\right]$

$\gamma_1 = E(0,7\varepsilon_{t-1}^2)$

$\boxed{\gamma_1 = 0,7\sigma_\varepsilon^2}$

* $\gamma_2 = Cov(Y_t, Y_{t-2})$

$\gamma_2 = E\left[(Y_t - E(Y_t))(Y_{t-2} - E(Y_{t-2}))\right]$

$=$ وبما أن

$Y_{t-2} = 0,7\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_{t-2}$

$\gamma_2 = E(Y_t \cdot Y_{t-2})$

$\gamma_2 = E\left[(0,7\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t)(0,7\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_{t-2})\right]$

$\boxed{\gamma_2 = 0}$

بما أن $\gamma_1 = 0,41$ فإن

$r_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \Rightarrow r_1 = \frac{0,7\sigma_\varepsilon^2}{1,7\sigma_\varepsilon^2}$

$\Rightarrow \boxed{r_1 = 0,41}$

$r_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0} \Rightarrow r_2 = \frac{0}{0,7\sigma_\varepsilon^2}$

$\Rightarrow \boxed{r_2 = 0}$

3/

حل التمرين (4)

أ) حساب معاملات الارتباط الذاتي و الجزئي

$\bar{Y} = 16,2$

t	Y_t	Y_{t-1}	$Y_t - \bar{Y}$ ①	$Y_{t-1} - \bar{Y}$ ②	② × ①	Y_{t-2}	$(Y_t - \bar{Y})^2$	$Y_{t-2} - \bar{Y}$ ③	③ × ①
10	14	15	-2,2	-1,2	2,64	13	4,84	-3,2	7,04
9	15	13	-1,2	-3,2	3,84	12	1,44	-4,2	5,04
8	13	12	-3,2	-4,2	13,44	20	10,24	3,8	-12,16
7	12	20	-4,2	3,8	-15,96	21	17,64	4,8	-20,16
6	20	21	3,8	4,8	18,24	15	14,44	-1,2	-4,56
5	21	15	4,8	-1,2	-5,76	20	23,04	3,8	18,24
4	15	20	-1,2	3,8	-4,56	25	1,44	8,8	-10,56
3	20	25	3,8	8,8	33,44	27	14,44	10,8	41,04
2	25	27	8,8	10,8	95,04	—	77,44	—	—
1	27	—	10,8	—	—	—	—	—	—
المجموع					113,56		241,6		8,32

$r_1 = \frac{(Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{(Y_t - \bar{Y})^2} \Rightarrow r_1 = \frac{113,56}{241,6}$

$\boxed{r_1 = 0,47}$

$r_2 = \frac{(Y_t - \bar{Y})(Y_{t-2} - \bar{Y})}{(Y_t - \bar{Y})^2} \Rightarrow r_2 = \frac{8,32}{241,6}$

$\Rightarrow \boxed{r_2 = 0,034}$

لدينا

- معاملا الارتباط الذاتي

$\boxed{r_1 = r_{11} = 0,47}$

$r_{22} = P_2^* / P_2$

- معاملات الارتباط الجزئي

4/

$$r_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} \Rightarrow r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

$$r_{22} = \frac{0{,}034 - 0{,}47^2}{1 - 0{,}47^2}$$

$$r_{22} = \frac{-0{,}1869}{0{,}7791}$$

$$\boxed{r_{22} = -0{,}24}$$

⑤ - خطأ

العبارات والسلاسل ليس معاملها مركبة موسمية.

1 - مركبة عشوائية فقط
2 - مركبة موسمية.
3 - مركبة الاتجاه العام.
4 - مركبة موسمية.
5 - مركبة الاتجاه العام.

⑥ - خطأ

نقوم باختبار دانيال (معامل الارتباط الرتبي) لاختبار

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{T} d_t^2}{T(T^2-1)} \qquad d_t^2 = (R_t - t)^2$$

وجود مركبة الاتجاه العام

5/

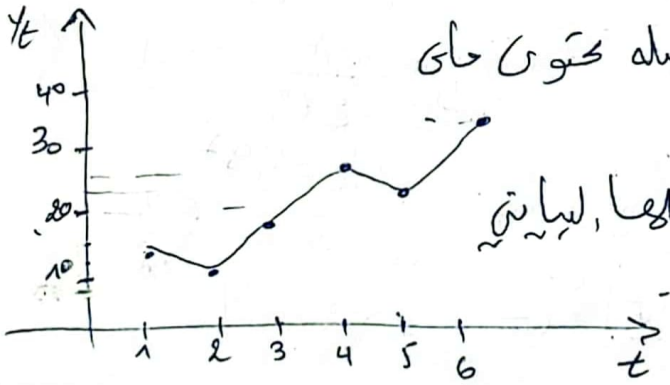
	6	5	4	3	2	1	t
	32	22	25	18	11	14	Y_t
	6	4	5	3	1	2	R_t
	0	-1	1	0	-1	1	$R_t - t$
4	0	1	1	0	1	1	d^2

$$r_s = 1 - \frac{6(4)}{6(6^2-1)} \Rightarrow r_s = 0{,}885$$

نقارن قيمة r_s بالقيمة الحرجة الجدولية $r_{\frac{\alpha}{2}}$

$|r_s| > |r_{\frac{\alpha}{2}}|$ ؛ H_0 لا توجد مركبة اتجاه عام

$0{,}89 > 0{,}886$ ؛ H_0 مرفوضة



وعليه فالسلسلة تحتوي على اتجاه عام

كما أن تمثيلها البياني يدل على ذلك.

Scanné avec CamScanner

(7)

تقدير معادلة الاتجاه العام

ونستخدم هنا طريقة المربعات الصغرى

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$$

$$\hat{a} = \bar{y} \quad , \quad b = \frac{\sum y_t}{\sum t^2}$$

لنجعل $\sum t = 0$ نجعل الزمن t في منتصف السلسلة

مساوية لـ 0 . بما أن $n = 6$ عدد زوجي $(+0,5 \; ; \; -0,5)$

السنة	2019	2020	2021	2022	2023	2024
y_t	14	11	18	25	22	32
t	-2,5	-1,5	-0,5	+0,5	1,5	2,5
(y_t)	-35	-16,5	-9	12,5	33	80
t^2	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25

$\sum t^2 = 17,5$

$\sum (y_t) = 65$

$$b = \frac{\sum y_t}{\sum t^2} \Rightarrow b = \frac{65}{17,5}$$

$$\Rightarrow b = 3,71$$

$$a = \bar{y} = \frac{\sum y_t}{n}$$

$$\Rightarrow a = 20,33$$

إذن معادلة الاتجاه العام

$$\hat{y} = 20,33 + 6,97t$$

Scanné avec CamScanner