المحاضرة السابعة: تحليل التباين

اختبار تحليل التباين:

يستخدم أسلوب تحليل التباين لاختبار الفروق بين متوسطات أكثر من مجموعتين، ويستخدم بدلا من اختبار T-Testلصعوبة تنفيذ هذا الأخير فبدلا من اجراء اختبارات T متعددة في شكل مجموعات ثنائية وهو ما يشكل صعوبة ويستغرق وقتا وجهدا أكبر، فنستخدم ANOVA لمقارنة جميع المجموعات في تحليل واحد. ولتحليل التباين عدة أنواع نذكر منها:

تحليل التباين الأحادي: (One – Way ANOVA)

يتم استخدامه لدراسة الفروق بين ثلاث متوسطات او أكثر لمستويات المتغير المستقل. ويتم اعتماده عندما يراد معرفة أثر متغير مستقل واحد بـ (ثلاث مستويات او أكثر) على متغير تابع ويقسم التباين الكلي للبيانات في تحليل التباين الأحادي إلى جزئين الأول يسمى التباين بين المجموعات Between) (groupsوالثاني يسمى التباين داخل المجموعاتWithin groups) وعندما تكون الاختلافات بين المجموعات أكبر من الاختلافات داخل المجموعات يكون هناك فعلا فروق بين المجموعات ترجع لاختلاف المعالجات للمتغير المستقل)

من أمثلة ذلك نجد:

- تأثير الأسمدة على نمو النبات :مقارنة متوسط ارتفاع النباتات المعالجة بأسمدة مختلفة
- تأثير أنواع الأدوية على تخفيف الألم :مقارنة متوسط شدة الألم لدى المرضى الذين يتناولون أدوية مختلفة
- تأثير طرق التدريس على تحصيل الطلاب :مقارنة متوسط درجات الطلاب في مجموعات مختلفة استخدمت طرق تدريس مختلفة

تحليل التباين ثنائي الاتجاه: (Two– Way ANOVA) يستخدم لدراسة تأثير متغيرين مستقلين اثنين بمستوياتهم المتعددة على متغير تابع واحد، بالإضافة إلى دراسة الأثر المشترك بينهما. مثل دراسة تأثير عاملي نوع السماد وطريقة الري على الإنتاجية، دراسة تأثير نوع التمرين ومدة التمرين على معدل ضربات القلب.

تحليل التباين الثلاثي: (Three– Way ANOVA) والذي يستخدم لمعرفة أثر ثلاث متغيرات مستقلة (كل منها بعدة مستويات) على متغير تابع وهكذا

❖ تحليل التباين الأحادي:

للحصول على قيمة الاختبار الاحصائي (F) الخاصة بتحليل التباين الأحادي، يتم اتباع المراحل الموضحة في الجدول التالي:

مصدر التباين	مجموع المربعات SS	درجات الحرية df	متوسطات المربعات MS= $\frac{ss}{df}$	قيمة Fالمحسوبة
بين المجموعات	SSB	K-1	$MSB = \frac{SSB}{K-1}$	$F = \frac{MSB}{MSW}$
داخل المجموعات	SSW	N-K	$MSW = \frac{SSW}{N-K}$	
المجموع	SST	N-1		

حيث:

SSB (Sum of Squares Between Groups): مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات

SSW (Sum of Squares Within Groups): مجموع مربعات الانحرافات داخل المجموعات

SST (Total Sum of Squares): مجموع مربعات الانحرافات الكلي

MSB (Mean Square Between Groups): متوسط مربع الانحرافات بين المجموعات

MSW (Mean Square Within Groups): متوسط مربع الانحرافات داخل المجموعات

K عدد المجموعات

N العدد الكلي للمشاهدات

و يمكن توضيح طرق حساب المجاميع السابقة في المثال التالي.

مثال:

استخدمت ثلاث طرق تعليمية مختلفة في تدريس مقياس الإحصاء الاستدلالي لثلاث عينات من الطلبة، وكانت علاماتهم في الامتحان النهائي كما يلي:

العينة الاولى	4	4	5	6	8	9
العينة الثانية	5	6	6	7	8	
العينة الثالثة	6	7	9	9	8	

المطلوب: اختبر ما إذا كان هناك فروق معنوية بين متوسطات علامات الطلبة في طرق التدريس الثلاث عند مستوى معنوية 0.05

الحل:

-تحديد المشكلة: هل هناك فروق معنوية بين متوسطات علامات الطلبة في طرق التدريس الثلاث عند مستوى معنوية 0.05؟

-صياغة الفرضيات: $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

-**تحديد نوع الاختبار:** المطلوب هنا هو اختبار الفروق بين ثلاث متوسطات (ثلاث مستويات) لمتغير مستقل واحد وتأثيره على متغير تابع وبالتالي نعتمد تحليل التباين الأحادي.

-**حساب الاحصاءة F**: لحساب قيمة F نستخدم جدول تحليل التباين.

لدينا: n1= 6، n2=n3= 5، k= 3 ، $\sum n$= 16 ، مجموع قيم العينة الأولى= 36، مجموع قيم العينة الثانية= 32، مجموع قيم العينة الثالثة= 39. ومربعات هذه المجاميع هي: 1296، 1024، 1521 على التوالي.

المتوسط العام: $\bar{x} = \frac{36+32+39}{16} = 6.96$

متوسط العينة الأولى: $\bar{x}_1 = 36 / 6 = 6$

متوسط العينة الثانية: $\bar{x}_2 = 32/5 = 6.4$

متوسط العينة الثالثة: $\bar{x}_3 = 7.8$

$SSB = \sum_{i=1}^{k} ni\ (\bar{x}i - \bar{x})^2 = 6(6-6.96)^2+5(6.4-6.96)^2 + 5(7.8-6.96)^2 = 10.63$

$SSW = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N}(Xij - \bar{x}_i)^2$ او $SSW = SST-SSB = 44.45-10.63=33.82$

$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N}(Xij - \bar{x})^2 = (4-6.96)^2+(4-6.96)^2+(5-6.96)^2+(6-6.96)^2+(8-6.96)^2+(9-6.96)^2+(5-6.96)^2+(6-6.96)^2+ (6-6.96)^2+(7-6.96)^2+(8-6.96)^2+(6-6.96)^2+(7-6.96)^2 +(9-6.96)^2+(9-6.96)^2+(8-6.96)^2 = 44.45$

مصدر التباين	مجموع المربعات SS	درجات الحرية df	متوسطات المربعات $MS=\frac{ss}{df}$	قيمة Fالمحسوبة
بين المجموعات	10.63	2	$MSB = \frac{10.63}{3-1}$ = 5.315	$F = \frac{MSB}{MSW}$ **F= 2.044**
داخل المجموعات	33.82	13	$MSW = \frac{33.82}{16-3}$ = 2.60	
المجموع	44.45	15		

قيمة F (2 , 13) الجدولية هي 3.8 عند مستوى الدلالة 0.05 (2 درجة الحرية الافقية و13 درجة الحرية العمودية في جدول F)

القرار الاحصائي: نلاحظ ان Fالمحسوبة أصغر من قيمة Fالجدولية وبالتالي نقبل الفرض الصفري أي انه لا يوجد فروق معنوية في متوسطات تحصيل الطلبة تعود لاختلاف طرق التدريس.