المحاضرة الرابعة: اختبار ت (T– test) لدراسة الفروق بين المتوسطات

يعد اختبار ت أحد الاختبارات الاحصائية شائعة الاستخدام في البحوث ودراسات العلوم الانسانية، يستخدم للكشف عن دلالة الفروق بين متوسطي عينتين.

شروط استخدام اختبار (T):

- كلما زاد حجم العينة زادت قوة الاختبار، وإذا كانت العينة صغيرة (اقل من 30 فردا) فيجب ان يكون التوزيع طبيعي فاذا لم يكن كذلك، يكون من المناسب استخدام الاختبارات اللابارمترية.
- ان تكون العينتين متجانستين، ويقاس مدى تجانس العينتين عن طريق قسمة التباين الاكبر على التباين الاصغر أي النسبة الفائية (F)، وان يكون حجم العينتين متقارب قدر الامكان.
- اعتدالية التوزيع التكراري لكل من عينتي البحث.
- مستويات الدلالة المستخدمة عادة هي (0.001، 0.01، 0.02، 0.05)
- يجب حساب درجة الحرية للحصول على القيمة الجدولية المقابلة لها وهذا حسب افراد العينات المستخدمة كالتالي:
  - في حالة المجموعتين غير مرتبطتين (مستقلتين) تكون درجة الحرية : (n1+n2-2)
  - في حالة المجموعتين مرتبطتين (غير مستقلتين) تكون درجة الحرية = (ن-1)

ويستخدم T في اختبار الفروض في الحالات التالية:

1- اختبار دلالة الفرق بين متوسطي عينتين غير مرتبطتين (مستقلتين) متساويتين وغير متساويتين؛
2- اختبار دلالة الفرق بين متوسطي عينتين مرتبطتين (غير مستقلتين)؛
3- اختبار متوسط العينة عندما يكون انحراف المجتمع الاصلي (σ) غير معلوم، وهو ما يعرف باختبار (T) لعينة واحدة.

1) اختبار T في حالة عينتين غير مرتبطتين (مستقلتين):

أ- في حالة عينتين متساويتين

اختبار Tلعينتين مستقلتين يقارن بين متوسطات مجموعتين، وفي حالة كون حجم العينتين متساوي فانه يتم استخدام المعادلة التالية:

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{s_1^{\,2}}{n_1} + \frac{s_2^{\,2}}{n_2}}} .$$

حيث: $\bar{x}_1$ المتوسط الحسابي للمجموعة الاولى، $\bar{x}_2$ متوسط المجموعة الثانية

S_1 تباين المجموعة الاولى، S_2 تباين المجموعة الثانية

$n1 = n2$: حجم العينة

مثال: لديك المعطيات التالية المرتبطة بدرجات عينتين من اللاعبين في مقياس الانتباه، قم باختبار الفروق بين متوسطي هذه الدرجات عند مستوى دلالة 0.05

$n = 33$	$n = 33$
$\bar{x}_1 = 23.23$	$\bar{x}_2 = 15.81$
$s_1^2 = 6.86$	$s_2^2 = 13.10$

الحل:

1/ **تحديد المشكلة**: هل توجد فروق دالة احصائيا بين العينتين في مقياس تركيز الانتباه؟

2/ **صياغة الفرضيات**:

$H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

$H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

3/ **تحديد نوع الاختبار**: اختبار T لعينتين متساويتين عشوائيتين

4/ **حساب T**:

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2 + s_2^2}{n}}} = \frac{23.23 - 15.81}{\sqrt{\frac{6.86+13.10}{33}}}$$

$$T = 9.36$$

5/ **حساب df**: $df = n_1 + n_2 - 2 = 33+33-2 = 64$

6/ **تحديد قيمة T الجدولية**: بناءًا على α و df $T_t = 2$

7/ **اتخاذ القرار**: وجدنا ان $T_t < T_c$

ومنه نرفض الفرض الصفري: $H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

ونقبل الفرض البديل: $H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

ونقول انه توجد فروق بين متوسطي العينتين في مقياس تركيز الانتباه.

ب- في حالة عينتين غير متساويتين تكون صياغة المعادلة:

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}.$$

حيث: S_p التباين المجمع وهو تقدير موحد للتباين في كلا المجموعتين ويستخدم عندما تكون احجام العينات مختلفة. ويحسب بدوره كالتالي:

$$S_p = \frac{(n_1-1).s_1^2+(n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

2) اختبار T في حالة عينتين مرتبطتين:

تكون العينتين مرتبطتين اما في حالة اجراء اختبار على مجموعة من الافراد ثم نعيد اجراءه على نفس المجموعة في وقت اخر ويسمى الاختبار بالاختبار القبلي- البعدي، ويعاد الاختبار عادة لمعرفة مدى تقدم المجموعة نتيجة لأخذها برنامجا تدريبيا او تعليميا او تغيير نمط معين، او في حالة اجراء اختبارين مختلفين على نفس العينة. ويتم حساب T في هذه الحالة وفق المعادلة:

$$T = \frac{\bar{D}}{S\bar{D}}$$

نقوم اولا بحساب متوسط الفروق: $\bar{D} = \frac{\Sigma D}{n}$

ثم نحسب الانحراف المعياري لتوزيع الفروق كما يلي: $s_D = \sqrt{\frac{n\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2}{n(n-1)}}$

ثم: $S\bar{D} = \frac{SD}{\sqrt{n}}$

$df = n-1$

ملاحظة:

- نتبع نفس المراحل المتبعة في المثال السابق ابتداء من تحديد المشكلة الى غاية اتخاذ القرار ويكون الاختلاف فقط في معادلة T المستخدمة؛
- في حالة اختبار فرض حول عينة واحدة خاضعة لقياس قبلي-بعدي نستخدم نفس معادلة اختبار T في حالة عينتين مرتبطتين.

3) اختبار متوسط العينة عندما يكون انحراف المجتمع الاصلي (σ) غير معلوم (اختبار ف لعينة واحدة)

نستخدم المعادلة:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$