



مقياس الرياضيات 1 (السلسلة الخامسة) التكامل و الدوال الاصلية

التمرين 01 :

عين الدوال الأصلية للدالة f في كل مما يلي معينا مجال الدراسة :

$$1) f(x) = 2x - 1 \quad 2) f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$3) f(x) = -3x^3 + 5x^2 - 4 \quad 4) f(x) = x^4 - x^3$$

$$6) f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \quad 5) f(x) = \frac{4}{x^2}$$

$$8) f(x) = \cos 2x - \sin 3x \quad 7) f(x) = \sin x \cdot \cos^3 x$$

التمرين 02 : عين الدوال الاصلية للدوال التالية

$$1) f(x) = \frac{x+1}{(x^2+2x)^3}, \quad 2) f(x) = \frac{x}{x^2-1}, \quad 3) f(x) = x - 1 + \frac{\ln x}{x}$$

التمرين 03 :

نعتبر الدالة g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[2; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$$

H الدالة العددية المعرفة على $[2; +\infty[$ كما يلي:

$$H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$$

حيث α و β عدنان حقيقيان.

① عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة $g(x) - 1$

② استنتج الدالة الأصلية للدالة g والتي تنعدم عند القيمة 0.

التمرين 04 : عين الاجابات الصحيحة من الاجابات التالية مع التعليل

$$a) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2t dt = \frac{1}{2}.$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2t dt = \frac{1}{2}.$$

$$c) \int_1^e \ln t dt = 1.$$

$$d) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt = 1.$$

التمرين 05 : باستخدام طريقة تبسيط الكسور الى عناصر بسيطة احسب مايلي

$$1) \int_0^1 \frac{3x+1}{(x+1)^2} dx, \quad 2) \int \frac{1}{1-x^2} dx, \quad 3) \int \frac{x^3}{x^2-4} dx$$

(*) التمرين 06 :

f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x + 1)^2}$$

① اكتب $f(x)$ على الشكل:

$$f(x) = a + x + \frac{b}{(x + 1)^2}$$

حيث a و b عدنان حقيقيان.

② عين الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ والتي تحقق: $F(1) = 2$

التمرين 07 : باستخدام طريقة التكامل بالتجزئة احسب مايلي

$$I_1 = \int_1^e t \ln(t) dt$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin(t) dt$$

$$I_3 = \int te^t dt$$

(*) التمرين 08 : احسب (1)

$$F(t) = 2 \int \frac{t^2}{t^2 - 1} dt$$

(2) باستخدام تغيير المتغير $t = \sqrt{e^x + 1}$ احسب

$$G(x) = \int \sqrt{e^x + 1} dx$$

التمرين 09 : باستخدام طريقة تغيير المتغير احسب مايلي

$$1) \int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx, \quad 2) \int \frac{x}{\sqrt{9 + 4x^2}} dx, \quad 3) \int \frac{dx}{1 + \sqrt{1 - x}}$$