المحور الثاني: الاستقرارية والارتباط الذاتي والجزئي

المحاضرة اليوم: اختبار استقرارية السلسلة الزمنية (اختبار ديكي فولر).

أولا: توصيف حالات النماذج غير المستقرة

تسمى اختبارات الاستقرارية باختبارات جذر الوحدة ومن أهمها ديكي فولر (DF) ديكي فولر المطور (ADF) فيليبس بيرون (PP)، ... الخ ودور هذه الاختبارات هي الكشف عن استقرارية السلسلة فقط بل لها دور هي تحديد سبب عدم الاستقرارية والطريقة المثلى هي جعل السلسلة مستقرة هي حالة ثبوت عدم استقراريتها.

ويفرض هي هذه الاختبارات نفصل في البداية على نوعين من النماذج غير مستقرة وهما:

① نموذج Trend Stationary TS

يكتب كما يلي

$$Y_t = f(t) + \varepsilon_t$$

$$= a_0 + a_1 t + \varepsilon_t$$

حيث ε_t : هو تشويش أبيض

$f(t)$: دالة في الزمن

لدينا

$$E(Y_t) = a_0 + a_1 t$$

أي ان متوسط السلسلة Y_t مرتبط بالزمن، وبالتالي فالسلسلة Y_t غير مستقرة.

وعن طريق تقدير كل من a_0 و a_1 بطريقة MCO ثم نقوم بنزع مركبة الزمن من السلسلة الأصلية

$$\left[Y_t - (\hat{a_0} + \hat{a_1} t)\right] = \varepsilon_t$$

وهذه مساوية لسلسلة التشويش الأبيض وبالتالي هي مستقرة

Scanné avec CamScanner

وبما أن عدم الاستقرارية في السلسلة Y_t معلم سببه هنا
النوع من عدم الاستقرارية وعدم الاستقرارية الوحيد بالنوع
(Non stationarity' deterministic)

نموذج نوع DS Differency Stationarity
كتبته كما يلي.

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

حيث ε_t تشويش أبيض و Y_t تمثل سيرورة عشوائية
ويمثل هذا النوع من النماذج الأكثر استعمالا، الذي
يشرحه في التطبيقات المالية.

لدينا

نعوض $\leftarrow$ $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow Y_{t-1} = Y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$

نعوض $\leftarrow$ $Y_t = Y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow Y_{t-2} = Y_{t-3} + \varepsilon_{t-2}$

$$Y_t = Y_{t-3} + \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

وبتكرار العملية نجد أن

$$Y_t = Y_0 + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

② تابع لما سبق

$$E Y_t = Y_0$$

$$Var(Y_t) = t\sigma_\varepsilon^2$$

وهو فالسلسلة غير مستقرة

Y_0 تمثل الكتلة الأولية التي تحسب انطلاقا في السلسلة من الفترة
1 إلى الفترة t.

فإذا حدث اضطراب في وقتين ما فإن هنا سيتمثل
مثلا بعد، ويبعد السلسلة عن المتوسط (Y_0) وهو ما يؤدي
لعدم ثبات التباين عبر الزمن وبالتالي عدم استقرارية السلسلة
وهذا النوع من عدم الاستقرارية الناتج من الاضطرابات العشوائية
فإنها تسمى بعدم الاستقرارية العشوائية.
وبصفة عامة يمكن كتابة النموذج كما يلي:

$$Y_t = C + Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

حيث أن C تمثل الحد الثابت ويمثل حالتين

أولا: $C = 0$ نموذج من نوع DS بدون مشتق

ثانيا: $C \neq 0$ نموذج من نوع DS مع مشتق.

Scanné avec CamScanner

حيث يكتب النموذج كما يلي

$$Y_t = \varphi Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t = c + \varepsilon_t$$

ومنه فإن ΔY_t هي سلسلة مستقرة ومنه سنقول السلسلة أنها متكاملة من الدرجة الأولى.

$$Y_t \rightarrow I(1)$$

وبصفة عامة يمكن أخذ الفروق من الدرجة d اللازمة والضرورية فقط لجعل السلسلة مستقرة ويمكن كتابتها كما يلي

$$\nabla^d Y_t = c + \varepsilon_t$$

$\nabla^d Y_t$ هي سلسلة مستقرة و Y_t سلسلة متكاملة من الدرجة d أي $Y_t \rightarrow I(d)$

$$d=1 \Rightarrow \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$
$$d=2 \Rightarrow \nabla^2 Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

ثانياً: ديكي فولر البسيط (Dickey-Fuller 1979)

لا تكمن الخيار DF على أن سبب عدم الاستقرارية في نموذج DS وهو أن معامل Y_{t-1} يساوي 1

يعني أن تقدير هذا النوع من النماذج على أرض الواقع قد يعطي نتائج مغايرة، وعليه يكون النموذج الموجه للتقدير هو كما يلي:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \iff \Delta Y_t = (\phi_1 - 1) Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

ويمكن إضافة الحد الثابت ويمكن الاتجاه العام، لتنبعد عن البحث عن سبب عدم الاستقرارية إن وجدت وتحديد نوعها إن كانت تحديدية DS أو عدم تحديدية TS

ومنه يكون النموذج الموجه للتقدير هو:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow \Delta Y_t = (\phi_1 - 1) Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (01) \text{ نموذج}$$

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + c + \varepsilon_t \Rightarrow \Delta Y_t = (\phi_1 - 1) Y_{t-1} + c + \varepsilon_t \quad (02) \text{ نموذج}$$

$$Y = \phi_1 Y_{t-1} + c + bt + \varepsilon_t \Rightarrow \Delta Y_t = (\phi_1 - 1) Y_{t-1} + c + bt + \varepsilon_t \quad (03) \text{ نموذج}$$

Scanné avec CamScanner

والفرضية المعنوية لهذا الاختبار تنص على أن ϕ_1 تقبل جذر وحدة $H_0 : \phi_1 = 1$ وبالتالي هي غير مستقرة

والإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي

$$t_{\hat{\phi}_1} = \frac{\hat{\phi}_1 - 1}{S_{\hat{\phi}_1}}$$

أما الإحصائية المجدولة لهذا الاختبار فقد قام كل من ديكي وفولر باستنباط جداول خاصة بهذا الاختبار وهذا بالاعتماد على ~~محاكاة~~ مقاربة (مونتي كارلو monte carlo)

وعن قاعدة هذا الاختبار فهو يختلف عن الاختبارات الأخرى فإذا كانت $t_{\hat{\phi}_1}$ التي من الإحصائية المجدولة تقبل H_0 ونقول أن السلسلة Y_t تمتلك جذر وحدة وبالتالي فهي غير مستقرة.

عمليا نعتمد على المنهجية الموضحة في الشكل القادم

Scanné avec CamScanner

اختبار ديكي فولر المطور (Dicky et Fuller 1981)

في نماذج اختبار DF البسيط حد الخطأ العشوائي ε_t هو تشويش أبيض بالزمن.

غير أن هذا عملياً غير محقق في كل الحالات، وعليه فإن ديكي وفولر يقترحان في حالة وجود ارتباط ذاتي للأخطاء ضمن نماذج حيث الوجود استعمال ΔY_{t-j} كمتغير مساعد ضمن نماذج يمكنها إصلاح الارتباط الذاتي للأخطاء وهو ما يسمى باختبار ديكي فولر المطور ADF وعليه تكون النماذج كما يلي:

نموذج (1) .
$$\Delta Y_t = (\phi_1 - 1) Y_{t-1} + \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta Y_{t-j+1} + \varepsilon_t$$

نموذج (2)
$$\Delta Y_t = (\phi_1 - 1) Y_{t-1} + \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta Y_{t-j+1} + C + \varepsilon_t$$

نموذج (3)
$$\Delta Y_t = (\phi_1 - 1) Y_{t-1} + \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta Y_{t-j+1} + C + bt + \varepsilon_t$$

$(p-1)$ فترة التأخر الزمنية لتصحيح الشكل (الارتباط الذاتي)

يتم منهجية اختبار بتقنية الانحدار (النموذجية) عدد درجة التباطؤ.

Scanné avec CamScanner