

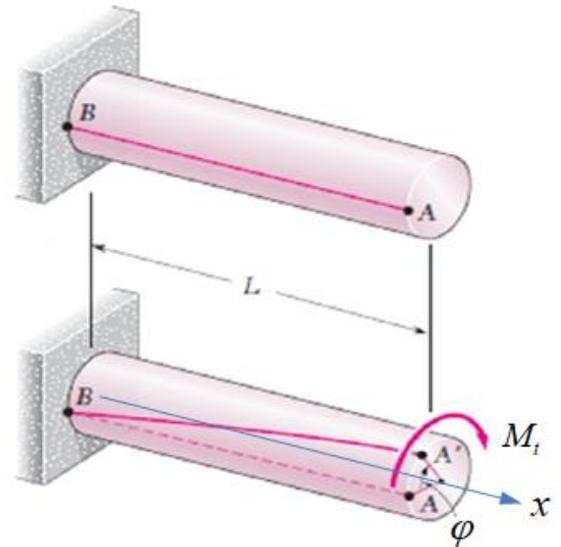
# Complément de cours : Torsion des barres circulaires

## 1. Définition

La torsion pure est un état de charge tel que dans toute section

droite d'une pièce il n'existe qu'un moment de torsion  $M_t$

Lors de la torsion (effort interne), l'état de contrainte se réduira aux seules composantes  $\tau$  (contraintes tangentielles) dans le plan de la section.



## 2. Facteurs associés aux forces extérieures et intérieures

- moment de torsion extérieur  $M$  (en N·m)  $M = 9736 N / n$  ( $P$  est la puissance en kW,  $n$  est le nombre de tours par minute) ;

$M = 7162 N / n$  ( $P$  est la puissance en chevaux,  $n$  est le nombre de tours par minute) ;

$M = P / \omega$  ( $P$  est la puissance en W,  $\omega$  est la vitesse angulaire en rad/sec) ;

- méthode des sections permet de déterminer le moment de torsion intérieur  $M_t$  ( $M_x$ ).

Règle des signes pour  $M_t$  : positif s'il agit dans le sens anti-horlogique pour un observateur qui regarde la section.

## 3. Hypothèses de départ et déformations en torsion

- hypothèses des sections planes, de la rectitude des rayons et de la conservation des distances entre les sections de l'arbre en torsion ;

- le caractère de la déformation est le cisaillement pur ;

- déformation angulaire  $\gamma_x = r\theta$ , où  $\theta = d\varphi/dx$  l'angle de torsion relatif ;

Pour un arbre de longueur  $x$  : angle de torsion relatif  $\theta = \frac{M_t}{GI_p}$  et de rotation total  $\varphi = \int_0^x \frac{M_t}{GI_p} dx$  ( $GI_p$  est la rigidité en torsion).

## 4. Contraintes en torsion

- contrainte tangentielle :  $\tau = \frac{M_t}{I_p} r$  ;  $r$  est la distance du point considérée à l'axe de la barre  $I_p$  est le moment d'inertie polaire.

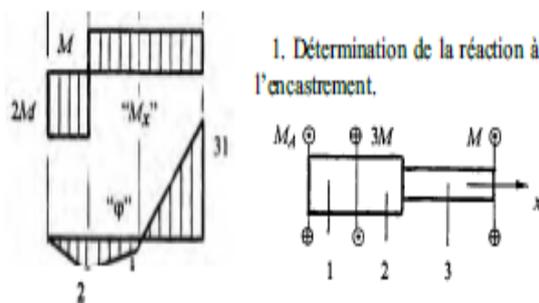
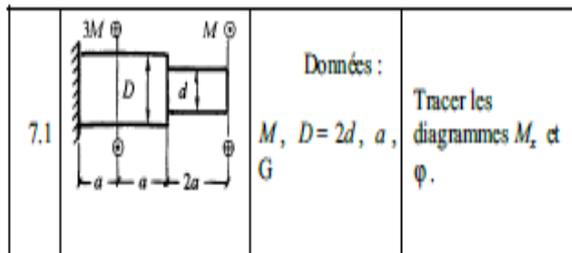
- contrainte tangentielle maximale  $\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p}$  où  $W_p = \frac{I_p}{(d/2)}$  est le moment résistant polaire.

## 5. Diagramme de torsion

- comparaison avec le diagramme de traction : existence d'une même série de tronçons et de points caractéristiques ;

## Complément de cours : Torsion des barres circulaires

### Exercice d'application :



D'après la condition de la statique (l'équation des moments par rapport à l'axe  $x$ ) nous avons :

$$M_A - 3M + M = 0 \quad M_A = 2M .$$

#### 2. Diagramme des moments de torsion $M_x$ .

Section 1 : D'après l'équation de la statique

$$M_A + M_{x1} = 0$$

nous avons  $M_{x1} = -2M$ .

Section 2 :  $M_A - 3M + M_{x2} = 0 \quad M_{x2} = M .$

Section 3 :  $M_A - 3M + M_{x3} = 0 \quad M_{x3} = M .$

#### 3. Diagramme des angles de torsion $\varphi$ .

Le diagramme des angles de torsion  $\varphi$  est déterminé à l'aide de la formule  $\varphi = \int_0^x (M_x / GI_p) dx$ , en réalisant une intégration dans les

limites de chaque partie de l'arbre. Puisque le moment d'inertie polaire a des valeurs différentes pour les différentes parties de l'arbre ( $I_{p1} = \pi D^4 / 32, I_{p2} = \pi d^4 / 32; I_{p1} = 16I_{p2}$ ), le diagramme est déterminé avec les unités  $Ma / GI_{p1}$ .

Tronçon 1 :  $\varphi_1 = \int_0^x (M_{x1} / GI_{p1}) dx, \quad 0 \leq x \leq a .$

$$\varphi_1|_{x=0} = 0, \quad \varphi_1|_{x=a} = -2Ma / GI_{p1} .$$

Tronçon 2 :  $\varphi_2 = \varphi_1|_{x=a} + \int_0^x (M_{x2} / GI_{p1}) dx, \quad 0 \leq x \leq a .$

$$\varphi_2|_{x=0} = -2Ma / GI_{p1}, \quad \varphi_2|_{x=a} = -Ma / GI_{p1} .$$

Tronçon 3 :  $\varphi_3 = \varphi_2|_{x=a} + \int_0^x (6M_{x3} / GI_{p1}) dx, \quad 0 \leq x \leq 2a .$

$$\varphi_3|_{x=0} = -Ma / GI_{p1}, \quad \varphi_3|_{x=2a} = 31Ma / GI_{p1} .$$