

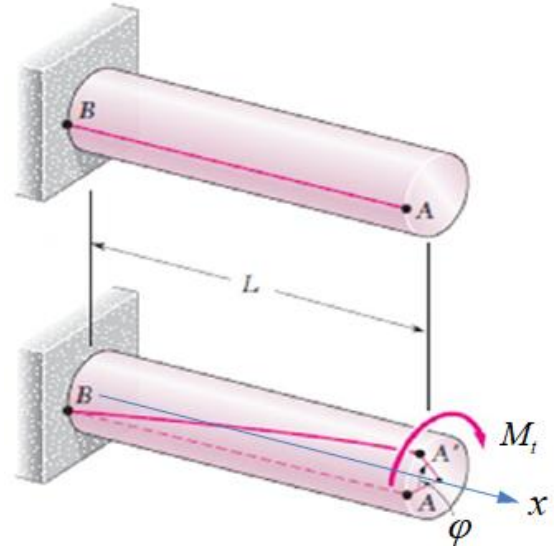
Complément de cours : Torsion des barres circulaires

1. Définition

La torsion pure est un état de charge tel que dans toute section

droite d'une pièce il n'existe qu'un moment de torsion M_t

Lors de la torsion (effort interne), l'état de contrainte se réduira aux seules composantes τ (contraintes tangentielles) dans le plan de la section.



2. Facteurs associés aux forces extérieures et intérieures

- moment de torsion extérieur M (en N·m) $M = 9736 N / n$ (P est la puissance en kW, n est le nombre de tours par minute) ;

$M = 7162 N / n$ (P est la puissance en chevaux, n est le nombre de tours par minute) ;

$M = P / \omega$ (P est la puissance en W, ω est la vitesse angulaire en rad/sec) ;

- méthode des sections permet de déterminer le moment de torsion intérieur M_t (M_x).

Règle des signes pour M_t : positif s'il agit dans le sens anti-horlogique pour un observateur qui regarde la section.

3. Hypothèses de départ et déformations en torsion

- hypothèses des sections planes, de la rectitude des rayons et de la conservation des distances entre les sections de l'arbre en torsion ;

- le caractère de la déformation est le cisaillement pur ;

- déformation angulaire $\gamma_x = r\theta$, où $\theta = d\varphi/dx$ l'angle de torsion relatif ;

Pour un arbre de longueur x : angle de torsion relatif $\theta = \frac{M_t}{GI_p}$ et de rotation total $\varphi = \int_0^x \frac{M_t}{GI_p} dx$ (GI_p est la rigidité en torsion).

4. Contraintes en torsion

- contrainte tangentielle : $\tau = \frac{M_t}{I_p} r$; r est la distance du point considérée à l'axe de la barre I_p est le moment d'inertie polaire.

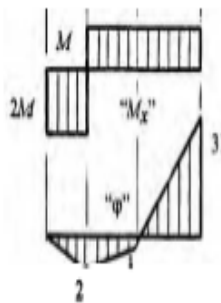
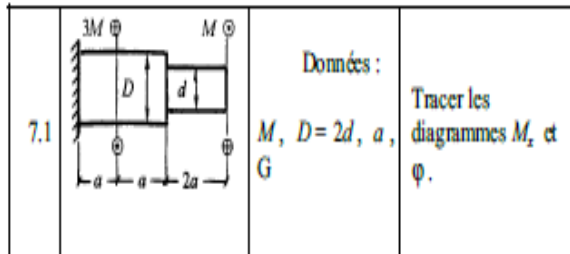
- contrainte tangentielle maximale $\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p}$ où $W_p = \frac{I_p}{(d/2)}$ est le moment résistant polaire.

5. Diagramme de torsion

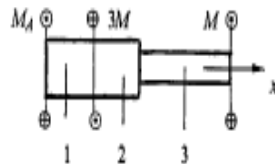
- comparaison avec le diagramme de traction : existence d'une même série de tronçons et de points caractéristiques ;

Complément de cours : Torsion des barres circulaires

Exercice d'application :



1. Détermination de la réaction à l'encastrement.



D'après la condition de la statique (l'équation des moments par rapport à l'axe x) nous avons :

$$M_A - 3M + M = 0 \quad M_A = 2M .$$

2. Diagramme des moments de torsion M_x .

Section 1 : D'après l'équation de la statique

$$M_A + M_{x1} = 0$$

nous avons $M_{x1} = -2M$.

Section 2 : $M_A - 3M + M_{x2} = 0 \quad M_{x2} = M .$

Section 3 : $M_A - 3M + M_{x3} = 0 \quad M_{x3} = M .$

3. Diagramme des angles de torsion φ .

Le diagramme des angles de torsion φ est déterminé à l'aide de la formule $\varphi = \int_0^x (M_x / GI_p) dx$, en réalisant une intégration dans les

limites de chaque partie de l'arbre. Puisque le moment d'inertie polaire a des valeurs différentes pour les différentes parties de l'arbre ($I_{p1} = \pi D^4 / 32, I_{p2} = \pi d^4 / 32; I_{p1} = 16I_{p2}$), le diagramme est déterminé avec les unités Ma / GI_{p1} .

Tronçon 1 : $\varphi_1 = \int_0^x (M_{x1} / GI_{p1}) dx, \quad 0 \leq x \leq a .$

$$\varphi_1|_{x=0} = 0, \quad \varphi_1|_{x=a} = -2Ma / GI_{p1} .$$

Tronçon 2 : $\varphi_2 = \varphi_1|_{x=a} + \int_0^x (M_{x2} / GI_{p1}) dx, \quad 0 \leq x \leq a .$

$$\varphi_2|_{x=0} = -2Ma / GI_{p1}, \quad \varphi_2|_{x=a} = -Ma / GI_{p1} .$$

Tronçon 3 : $\varphi_3 = \varphi_2|_{x=a} + \int_0^x (6M_{x3} / GI_{p1}) dx, \quad 0 \leq x \leq 2a .$

$$\varphi_3|_{x=0} = -Ma / GI_{p1}, \quad \varphi_3|_{x=2a} = 31Ma / GI_{p1} .$$