

Exercice 4

$$\{\sigma\}_{(1,2)} = T \{\sigma\}_{(x,y)} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{Avec :} \quad \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 110 \\ 65 \\ -26 \end{Bmatrix} MPa$$

Les fibres ne supportent pas de cisaillement c-à-dire dans le plan 1-2 on doit avoir :

$$\tau_{12} = 0$$

$$-110.\sin\theta.\cos\theta + 65.\sin\theta.\cos\theta - 26(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 0$$

$$\theta = -24.56^\circ$$

$$\tan(2\theta) = -1.16 \Rightarrow \text{ou bien}$$

$$\theta = 65.44^\circ$$

Exercice supplémentaire

Déterminez les termes des matrices de rigidité et de souplesse d'un composite carbone/époxy AS/3501 orthotrope

Solution :

$$\text{Tableau} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{AS/3501} \\ \text{Graphite} \\ \text{Expoxy} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} E_1 = 138 \text{ GPa} \\ E_2 = 9 \text{ GPa} \\ G_{12} = 6.9 \text{ GPa} \\ \nu_{12} = 0.3 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{12}}{E_1} &= \frac{\nu_{21}}{E_2} \Rightarrow \nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} \\ &= 0.3 \times \frac{9}{138} = 0.0196 \end{aligned}$$

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{138}{1 - 0.3 \times 0.0196} = 138.8 \text{ GPa}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{0.3 \times 9}{1 - 0.3 \times 0.0196} = 2.716 \text{ GPa} = Q_{21}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{9}{1 - 0.3 \times 0.0196} = 9.05 \text{ GPa}$$

$$Q_{66} = G_{12} = 6.9 \text{ GPa}$$

Matrice de rigidité $[Q]$:

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} = \frac{1}{138} = 0.00725 \text{ (GPa)}^{-1}$$

$$\text{Matrice de souplesse } [S] : S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{0.3}{138} = -0.00217 \text{ (GPa)}^{-1}$$

$$S_{22} = \frac{1}{E_2} = \frac{1}{9} = 0.111 \text{ (GPa)}^{-1}$$

Remarques : Pour les composites symétriques à 90° (stratifié $0/90^\circ$, tissu)

$$E_1 = E_2$$

$$Q_{11} = Q_{22}$$

$$S_{11} = S_{22}$$

Le nombre des constants élastiques fondamentaux est réduit à 3 : E_1, ν_{12} et G_{12}