70

تمرين 01 :

لدينا x_1 , x_2 , x_3 , x_4 كمية النماذج x_1 و x_2 x_3 x_4 التي سوف ينتجها المصنع خلال 6 أشهر وبحكم إمكانيات المصنع لدينا القيود التالية:

$$4x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 10x_4 \le 1000$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 \le 900$$

$$x_1 , x_2 , x_3 , x_4 \ge 0$$

أيضا من خلال نص المسألة يمكن إضافة القيود لدينا النموذجين x_2 ، x_4

إذ أن إنتاجهما يجب أن لا يتجاوز خلال 6 أشهر

$\frac{150 \times 6}{900}$ وحدة و $\frac{120 \times 6}{720}$ وحدة على التوالي

أي أن :

$0 \le x_2 \le 900$ و $0 \le x_4 \le 720$

هدف الشركة هو تحقيق أقصى ما يمكن من الربح وبالتالي يجب تعظيم دالة الهدف Z :

$$Z = 4500x_1 + 3000x_2 + 6000x_3 + 18000x_4 \to Max.$$

تمرين 02 :

$$\begin{cases} 0,6x_1 + 0,4x_2 \le 2000\,kg \\ 0,3x_1 + 0,4x_2 \le 3000\,kg \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \le 500\,kg \\ x_1 , x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$Z = 140x_1 + 170x_2 \to Max.$$

الحل :

لدينا x_1 كمية القهوة من نوع 1 و x_2 كمية القهوة من نوع 2.

لدينا القيود التالية

$$\begin{cases} 0,6x_1 + 0,4x_2 \le 2000 \\ 0,3x_1 + 0,4x_2 \le 3000 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \le 500 \\ x_1 , x_2 \ge 0 \end{cases}$$

هدف الشركة هو تحقيق أقصى حد من الربح وبالتالي يجب تعظيم دالة الهدف Z :

$$Z = 140x_1 + 170x_2 \to Max$$

تمرين 03

- لتكن x_{ij} كمية المنتج التي سيتم نقلها من المصنع i إلى العميل j.
- هنا العرض يساوي الطلب وبالتالي فإن جميع الكميات المتاحة في المصنعين يجب استنفادها:

ومن هنا تأتي القيود الرئيسية التالية:

$$\begin{cases} x_{11}+x_{12}+x_{13}=500 \\ x_{21}+x_{22}+x_{23}=300 \end{cases}$$

وبالإضافة إلى ذلك يجب تلبية الطلبات بالكامل وبالتالي:

$$\begin{cases} x_{11}+x_{21}=100 \\ x_{12}+x_{22}=200 \\ x_{13}+x_{23}=300 \end{cases}$$

والكميات المراد نقلها يجب أن تكون موجبة ~~[illegible]~~ ومن هنا تكون القيود البسيطة:

$$\forall x_{ij} \geq 0 ; \forall i=\overline{1,3} , j=\overline{1,3}$$

هدف الشركة هو تنفيذ خطة النقل بأقل تكاليف لذلك يجب أن نحقق المتغيرات x_{ij} الحد الأدنى من دالة الهدف Z:

$$Z = 20x_{11} + 10x_{12} + 30x_{13} + 30x_{21} + 20x_{22} + 20x_{23} \rightarrow Min$$

تمرين 04

لتكن x_{ij} كمية الإسمنت المقرر نقلها من مستودع i إلى موقع البناء j.

- هنا العرض يساوي الطلب لذلك يجب تسليم جميع الكميات المتوفرة في المستودعات وتلبية جميع الطلبات ونتيجة لذلك لدينا القيود الرئيسية الآتية:

$$\begin{cases} x_{11}+x_{12}+x_{13}=60 \\ x_{21}+x_{22}+x_{23}=72 \\ x_{31}+x_{32}+x_{33}=84 \\ x_{11}+x_{21}+x_{31}=48 \\ x_{12}+x_{22}+x_{32}=120 \\ x_{13}+x_{23}+x_{33}=48 \end{cases}$$

وبما أن الكميات المراد نقلها موجبة ~~تساوي الصفر~~ فلدينا القيود المباشرة التالية $x_{ij} \geq 0$ ، $\forall j=\overline{1,3}$ ، $\forall i=\overline{1,3}$

هدف المقاول هو تنفيذ خطة النقل بأقل تكلفة وبالتالي يجب تقليل دالة التكلفة Z التالية إلى الحد الأدنى:

$$Z = 3x_{11} + 2x_{12} + 4x_{13} + x_{21} + 4x_{22} + 3x_{23} + 4x_{31} + 2x_{32} + 5x_{33} \rightarrow Min$$

$Z = -Z = -2x_1 + x_2 \to Max$

$-2x_1 + 3x_2 = 2$

$4x_1 + x_2 + x_3 = 3$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0$

exercice 07

$$\begin{cases} Z = Z(x_1, x_2, x_3) = 7x_1 + x_2 \to Max \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 1 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \leq 0,\ x_3' = -x_3 \end{cases}$$

نضع

$$\begin{cases} max\ Z = 7x_1 + x_2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3' - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 4x_2 - 2x_3' = 2 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3' \geq 0,\ x_4 \geq 0 \end{cases}$$

تمرين 05

المجاهيل في هذه المسألة هي الكميات x_1 و x_2
من المنتجات P_1 و P_2 على التوالي
لكي يكون الإنتاج ممكنا يجب أن تتحقق لدينا
القيود الآتية:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 800 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 700 \\ x_2 \leq 300 \\ x_1,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

إن هدف هذا المصنع هو تحقيق أقصى قدر من
الربح، ولهذا يجب تحقيق خطة للإنتاج
أقصى من دالة الهدف Z :

$Z = 5x_1 + 6x_2 \to Max.$

تمرين 06

la forme standrd

$$Max\ Z = a^T x \quad \begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

la forme canonique

$$Max\ Z = a^T x \quad \begin{cases} Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

تمرين 05

b) $\begin{cases} Z = 4x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow Max \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 \geq 0 \ , \ x_2 \geq 0 \end{cases}$

on pose : $x_1 = y_1$

$x_2 = y_2$

$x_3 = y_3 - y_4$ tq : $y_3 \geq 0, y_4 \geq 0$

alors on a :

$\begin{cases} Z = 4y_1 - y_2 + 3y_3 - 3y_4 \rightarrow Max \\ y_1 + 2y_2 + 3y_3 - 3y_4 = 3 \\ y_1 - 3y_2 + y_3 - y_4 = 4 \\ y_i \geq 0 \text{ tq } i = \overline{1,4} \end{cases}$

تابع

$X_1 = y_1 - y_2 \ / \ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0$

$Z = x_1 - 2x_2 - x_4 \rightarrow min$

$X_2 \rightarrow y_3$ $\quad -Z = -x_1 + 2x_2 + x_4 \rightarrow Max.$

$X_3 \rightarrow y_4$ $\quad -Z = y_2 - y_1 + 2y_3 + y_5 \rightarrow Max.$

$X_4 \rightarrow y_5$

$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3$

$y_1 - y_2 + y_3 + y_4 + 2y_5 = 3.$

$2x_1 - x_2 + 5x_3 = -6$

$-2y_1 + 2y_2 + y_3 - 5y_4 = 6$

$3x_1 + 2x_2 + 3x_4 + y_6 = 2$

$3y_1 - 3y_2 + 2y_3 + 3y_5 + y_6 = 2$

$y_i \geq 0 \text{ tq } i = \overline{1,6}.$

تمرين 10

$$\max Z = c^T X$$

s.c

$$A x = b \quad ; \quad x \geq 0.$$

ou

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad ; \quad c = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

تمرين 09

$$\begin{cases} Z = Z(x_1, x_2) = 2x_1 - 3x_2 \to \min \\ 2x_1 + x_2 \leq K \\ x_1 + 3x_2 = 4 \\ x_1 \geq 0 \ ; \ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\bar{Z} = -Z = -2x_1 + 3x_2 \to \max$$

- Si $K \geq 0$:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = K, \quad t.q \ x_3 \geq 0 \\ x_1 + 3x_2 = 4 \ ; \ x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0 \ ; \ x_3 \geq 0. \end{cases}$$

- Si $K < 0$:

$$-2x_1 - x_2 \geq -K$$

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 - x_3 = -K \quad t.q \ x_3 \geq 0 \\ x_1 + 3x_2 = 4 \ ; \end{cases}$$

t.q : $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$