Univ. OEB
Dept. MI
Master I - Maths

TD N° 02

Ex1 Montrer que l'ensemble des solutions admissibles d'un prob. de PL sous forme standard est convexe fermé.

Ex2 Soit C un ensemble non-vide de $\mathbb{R}^n$ et soit λ_1, λ_2 des scalaires positifs.

1- Montrer que si C est convexe, alors :

$$(\lambda_1+\lambda_2)C = \lambda_1 C + \lambda_2 C .$$

2- Montrer par un exemple que cela n'est pas nécessairement vrai lorsque C n'est pas convexe.

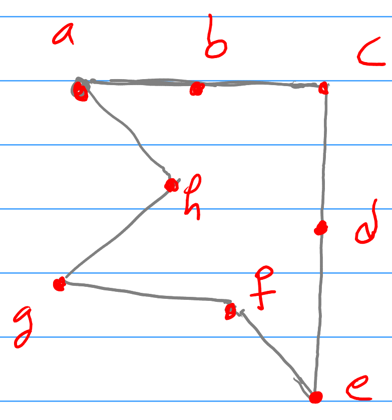
Ex3 Expliquez comment vous pouvez écrire le problème

$$PL : \begin{cases} \max z = c^T x \\ Ax \leq b \end{cases}$$

sous forme

$$PL : \begin{cases} \max z = c^T x \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Ex4 Soit la figure suivante :



- Parmi les points $\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ quels sont les points extrêmes ?

Ex5 Soit $A = A(I,J) = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & -3 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$, $x = x(J) = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

- Effectuer par blocs le produit Ax avec la partition suivante :
$J = J_B \cup J_H$, $J_B = \{2,3,1\}$, $J_H = \{4,5\}$.

Ex6 Résoudre par la méthode graphique le problème PL suivant :

$$\begin{cases} \text{Max } z = 2x_1 + 3x_2 \\ -x_1 - x_2 \leq -1 \\ x_1 + 4x_2 \leq 2 \\ 6x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- Même question pour le problème PL suivant :

Ex7

$$\begin{cases} \text{Max } z = 3x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \leq 1 \\ -3x_1 + x_2 \leq -3 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ex8

$$\begin{cases} \text{Max } z = 4x_1 + 6x_2 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ex9

$$\begin{cases} \text{Min } z = 2x_1 + 3x_2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ 6x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ x_1 + 5x_2 \geq 4 \\ 0 \leq x_1 \leq 3,\ 0 \leq x_2 \leq 3 \end{cases}$$

Ex10

$$\begin{cases} \text{Max } z = x_1 + x_2 \\ -2x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$