Université Larbi Ben M'hidi-Oum El Bouaghi

Faculté Sciences Exactes et Sciences de la Nature et de la Vie

Département Mathématiques et Informatiques

$3^{\text{ième}}$ année licence SI **Module : Probabilités Statistique**

Série N°03 : Variables aléatoires continues

Exercice 01 :

Soit X une v.a continue de densité de probabilité $f(x)$ donnée par :

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & si \quad non \\ c\, e^{-2\alpha x}(1 - e^{-\alpha x}) & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

où α est une constante connue strictement positive et c une constante réelle à déterminer.

1. Montrer que la constante c est égale à 6α.
2. Calculer la fonction de répartition de la v.a. X.
3. Pour $\alpha = 1$, calculer les probabilités suivantes :

$$P(-1 \leq X \leq 2.5), \quad P(1.5 < X \leq 3.75), \quad P(X > 6)$$

Exercice 02 :

La durée de fonctionnement, en heures, d'un ordinateur avant sa première panne est une variable aléatoire continue X dont la densité est donnée par :

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0 \\ \lambda e^{-\frac{x}{100}} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

1) Déterminer λ.

2)Trouver la probabilité que la durée de fonctionnement soit comprise entre 50 et 150.

3) Trouver la probabilité que l'ordinateur fonctionne moins de 100 heures.

Exercice 03 :

La durée de vie, en heures, d'une ampoule est une variable aléatoire continue $X \sim \mathcal{E}(\frac{1}{10})$. Trouver le nombre t d'heure tel que avec une probabilité 0.9 l'ampoule va brûler avant t heures.

Exercice 04 :

On effectue un contrôle de fabrication sur des pièces dont une proportion $p = 0.02$ est défectueuse.

1. On contrôle un lot de 1000 pièces. Soit X la v.a :"nombre de pièces défectueuses". Quelle est la vraie loi de X ? ; quel est son espérance, son variance ? Calculer la probabilité pour que X soit compris entre 18 et 22.
2. Comment peut-on l'approcher ? déterminer ses paramètres. Calculer la probabilité pour que X soit compris entre 18 et 22.

Exercice 05 ★ :

La durée de vie en années d'un ordinateur est une variable aléatoire continue X suivant la loi exponentielle de paramètre λ.

1. Sachant que $P(X > 10) = 0.286$, déterminer la valeur de λ.
2. Calculer la probabilité qu'un ordinateur ait une durée de vie inférieure à 6 mois.

Exercice 06 : En utilisant table 1 et table 2 pour résoudre cet exercice.

1. Soit Z une v.a suit la loi normale centrée réduite. Déterminer les probabilités suivantes :
$$P(Z \leq 0.23), \quad P(Z \geq 0.82), \quad P(-1 \leq Z \leq 1).$$
2. Déterminer $x \in \mathbb{R}$ pour que : $P(Z \leq x) = 0.95 \quad , P(Z \geq x) = 0.10, \quad P(\mid Z \mid \leq x) = 0.90$. **Révisez bien les questions 14, et 15 dans le cours.**
3. Même question 1 pour la v.a $X \sim \mathcal{N}(1, 4)$ au lieu de Z.

Exercice 07 :

Sachant que la longueur X d'une barre d'acier produite par un laminoir est une variable aléatoire normale, que sur 10000 observations, il y en a 1841 dont la longueur X est inférieur à 82 cm et 668 dont la longueur est supérieur à 130 cm. Déterminer la valeur moyenne μ et l'écart-type σ de la distribution.