2

الفصل الثاني

نماذج التشخيص (التعيين)

تمهيـــــــد

نماذج التخصيص (التعيين)

تحدث مشاكل التخصيص او التعيين عندما تواجه إدارة مؤسسة ما مشكلة في تعيين مجموعة من الموظفين او الآلات لأداء مجموعة من الوظائف، بأقل تكلفة ممكنة او أكبر عائد ممكن، بشرط ان يسند لكل موظف وظيفة واحدة، وكذلك كل وظيفة يعين لها موظف واحد فقط، وعليه يمكن اعتبار نماذج التعيين انها حالات خاصة من نماذج النقل، اين تكون الكميات المعروضة والمطلوبة كلها تساوي الواحد.

كما يتضح مما سبق ان نماذج التعيين يمكن ان تهدف الى تدنية التكاليف او تعظيم الايرادات، وفيما يلي سنقوم بالتطرق الى مراحل كلى النوعين من نماذج التخصيص

I. مراحل حل نماذج التخصيص في حالة التدنية

لحل هذا النوع من النماذج يمكن الاعتماد على عدة طرق نذكر منها: طريقة العد الشامل والطريقة الهنغارية (المجرية).

1. **طريقة العد الشامل**: تعتمد هذه الطريقة على اعداد حصر شامل لكل الحالات الممكنة لتوزيع الوظائف على العمال، واحصائيا هي عبارة عن ترتيبة مرتبطة بعدد العمال والوظائف، وعليه فان عدد الحالات الممكنة لمشكلة تخصيص لـ n عامل هو $n!$، ولهذا فانه هذه الطريقة تكون مفيدة أكثر في الحالات التي يكون بها عدد صغير من الوظائف، وكلما زاد العدد كلما زاد هذا من صعوبة تطبيق هذه الطريقة.
2. **الطريقة الهنغارية (المجرية):** تشتمل هذه الطريقة على مجموعة المراحل التالية:

- إيجاد مصفوفة التكلفة البديلة: وذلك بطرح أصغر رقم في كل سطر (صف) من جميع الأرقام في ذلك الصف، ونحصل على جدول جديد. ثم نطرح أصغر قيمة في كل عمود في الجدول الجديد من جميع الأرقام في ذلك العمود، ونشكل جدول جديد.
- البحث عن الحل الأمثل: نوم بتأطير كافة القيم الصفرية في الجدول الأخير بأقل عدد ممكن من الخطوط الأفقية والعمودية؛ فاذا كان عدد الخطوط يساوي عدد الصفوف او الاعمدة نقول بأن الحل هو أمثل، اما إذا كان عدد الخطوط اقل من عدد الصفوف والاعمدة نقول بأن الحل هو ليس أمثل.

- تحديد التخصيص الأمثل للوظائف: في حالة كون الحل أمثلا نضع مربع على القيم الصفرية ونشطب بقية الاصفار في الصف والعمود لذلك المربع.
- تحسين الحل غير الأمثل: إذا كان عدد الخطوط أقل من عدد الصفوف او الاعمدة فانه يجب تحسين الحل، لأن الحل ليس امثلا، حيث يتم تحديد الأرقام غير المؤشرة بصفر ونختار أصغر رقم من بين تلك الأرقام، ونطرح ذلك الرقم الصغير من بقية القيم غير المؤشرة، ونضيفه الى القيم الموجودة في نقاط تقاطع الاسطر والمؤشرة، وبالتالي نحصل على جدول جديد، ثم نعيد اختبار مثلوية الحل، ونعيد المراحل السابقة الى غاية التوصل الى الحل الأمثل.

مثال: مصنع به ثلاث الات وتبحث إدارة المؤسسة عن كيفية تعيين ثلاثة عمال لتلك الآلات، ويمثل الجدول التالي تكاليف تشغيل كل آلة من قبل كل عامل.

	D	E	F
A	8	30	6
B	11	10	16
C	28	22	18

المطلوب: حدد أفضل تخصيص للآلات حتى يتم تشغيلها بأقل تكلفة ممكنة.

الحل:

1. طريقة العد الشامل

رقم الحالة	التخصيص	التكاليف
1	AD , BE, CF	8+10+18= 36
2	AD, BF, CE	8+16+22= 46
3	AE, BD, CF	30+11+18=59
4	AE, BF, CD	30+16+28= 74
5	AF, BD , CE	6+11+22= 39
6	AF, BE, CD	6+10+28=44

ويتضح من الجدول ان هناك ستة حالات ممكنة لتخصيص العمال على الآلات، حيث ان هذا العدد يمكن التوصل اليه من خلال تطبيق القانون الخاص بعدد الترتيبات وهو $n!$، أي ان عدد

الحالات هو 3!، و يساوي 6. يتضمن العمود الخاص بالتكاليف على تكاليف التوظيف لكل حالة من الحالات السابقة، ويتم ذلك من خلال جمع التكاليف الخاصة بكل خانة من الخانات المشكلة لعملية التخصيص، وبالرجوع الى القيم الموجودة في عمود التكاليف نجد ان الخيار الأول هو الخيار الأمثل، لأنه هو الذي يقدم لنا اقل تكلفة مقابل بقية الخيارات. وعليه سيتم تخصيص العامل A للآلة D، والعامل B للآلة E، والعامل C للآلة F، والتكلفة الاجمالية لعملية التخصيص هي 36.

2. الطريقة المجرية

	D	E	F
A	8	30	6
B	11	10	16
C	28	22	18

- نطرح من كل سطر أصغر قيمة

	D	E	F
A	2	24	0
B	1	0	6
C	10	4	0

- نطرح من كل عمود أصغر قيمة

	D	E	F
A	1	24	0
B	0	0	6
C	9	4	0

- نحاول ربط الاصفار بأقل عدد ممكن من الخطوط؛

	D	E	F
A	1	24	0
B	0	0	6
C	9	4	0

- نلاحظ بانه تم ربط كل الاصفار باستخدام خطين فقط، وهو اقل من عدد الاسطر (3)، وبالتالي فان الحل هو غير امثل ويجب تحسينه.

- تحسين الحل:

	D	E	F
A	0	23	0
B	0	0	7
C	8	3	0

نلاحظ ان الحل الجديد تم جمع اصفاره كلهم باستخدام 3 خطوط، وهو مساو لعدد الاسطر، وبالتالي نقول ان الحل هو أمثل.

- تحديد التخصيص الأمثل للوظائف

	D	E	F
A	0	23	~~0~~
B	~~0~~	0	7
C	8	3	0

من خلال قيم الجدول يتضح ان التخصيص الأمثل يكون من خلال تخصيص العامل A للآلة D، والعامل B للآلة E، والعامل C للآلة F، وهو نفس الحل الذي تم التوصل له في طريقة العد الشامل، والتكلفة الاجمالية لعملية التخصيص هي 36.

II. حل نماذج التخصيص في حالة التعظيم.

في بعض الأحيان يكون الهدف من حل مسألة التخصيص هو تعظيم دالة الهدف، ويتم حل هذا النوع من النماذج بنفس الطرق السابقة.

أ. **طريقة العد الشامل**: تتم بنفس الطريقة في حالة التدنية.

ب. **الطريقة المجرية**: عند تطبيق هذه الطريقة في حالة التعظيم فإننا نضيف خطوة إضافية الى المراحل السابقة في حالة التدنية تتمثل في اختيار أكبر قيمة داخل الجدول، وطرح بقية القيم من هذه القيمة فنتحصل على جدول جديد يكون من شكل التدنية، ثم نطبق عليه بقية المراحل السابقة.

مثال: لدى احدى الشركات أربعة بائعين ترغب بتخصيص كل واحد منهم بإحدى المناطق الأربعة التي يوزع فيها منتجاتهم، بحيث يكون الربح الذي يحققه كل بائع في كل منطقة ممثلا في الجدول التالي.

	E	F	G	H
A	16	10	14	11
B	14	11	15	15
C	15	15	13	12
D	13	12	14	15

المطلوب:

تحديد كيفية تخصيص البائعين من اجل تحقيق أكبر ربح ممكن.

الحل

	E	F	G	H
A	0	6	2	5
B	2	5	1	1
C	1	1	3	4
D	3	4	2	1

	E	F	G	H
A	**0**	6	2	5
B	1	4	**0**	0
C	0	**0**	2	3
D	2	3	1	**0**

CT= 16+15+15+15 = 61.

III. حالات خاصة في نماذج التخصيص.

حالة عدم تماثل الوسائل مع عدد المهام (عدد الصفوف مع عدد الأعمدة)

في بعض مشاكل التخصيص يكون عدد الصفوف اكبر (اقل) من عدد الأعمدة، ولتجاوز هذا المشكل، فإننا نقوم بإضافة عدد من الأعمدة (الصفوف) الوهمية الإضافية حتى يتساوى عدد الصفوف مع عدد الأعمدة، حيث ان هذه الاعمدة او الصفوف الوهمية الإضافية يكون لها عائد صفري (=0) في حالة التعظيم، وتكلفة (=∞) في حالة التدنية. ثم نقوم بتطبيق بقية مراحل الحل المدروسة.

مثال:

	E	F	G	H
A	9	20	20	9
B	48	35	45	42
C	42	16	49	10

□