

مثال 4

احسب تقيمه - دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدرها  
 $k=1, k=2, k=3$  أي  $r_1, r_2, r_3$  لسلسلة  $Y_t$  التالية

$t$	1	2	3	4	5	6
$Y_t$	12	11	10	10	8	9

فما تقيمه - دالة الارتباط الذاتي عند تأخير  $k=1$  أي  $r_1$   
 $\bar{Y} = 10$

$t$	$Y_t$	$Y_{t-1}$	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-1} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y})^2$
1	12	-	2	-	4
2	11	12	1	2	1
3	10	11	0	1	0
4	10	10	0	0	0
5	8	10	-2	0	4
6	9	8	-1	-2	1
مجموع				4	10

$$r_1 = \hat{\rho}_1 = \frac{4}{10} \Rightarrow r_1 = 0.4$$

مماثلة رتبة  $h$  دالة الارتباط الذاتي والارتباط  
 الذاتي والمختل.

أولاً دالة الارتباط الذاتي FAC "في بيانات واقعية"  
 هذه الدالة التي تقيس الارتباط بين السلسلة  $Y_t$  ونفس  
 السلسلة بتأخير قدره  $k$  أي  $Y_{t-k}$  وترى بعد البرمجة

$$\rho_k = \frac{Y_k}{Y_0}$$

$$\text{Var}(Y_t) = Y_0 \text{ و } \text{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) = Y_k$$

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k})}{\sigma_{Y_t} \times \sigma_{Y_{t-k}}}$$

وعليه استخدم مقدر دالة الارتباط الذاتي وهي =

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره  $k=3$  أي  $r_3$

	$y_t$	$y_{t-3}$	$y_t - \bar{y}$	$y_{t-3} - \bar{y}$	
1	12	-	2	-	-
2	11	-	1	-	-
3	10	-	0	-	-
4	10	12	0	2	0
5	8	11	-2	1	-2
6	9	10	-1	0	0
مجموع					-2

$$r_3 = \hat{\rho}_3 = \frac{-2}{10} = -0.2$$

- جوانب دالة الارتباط الذاتي

1- دالة الارتباط الذاتي متناظرة حول الصفر  $P_k = P(-k)$

2- دالة الارتباط الذاتي محصورة بين 1 و -1

$$-1 < P_k < 1$$

5 حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره  $k=2$  أي  $r_2$

$t$	$y_t$	$y_{t-2}$	$y_t - \bar{y}$	$y_{t-2} - \bar{y}$	$(y_t - \bar{y})(y_{t-2} - \bar{y})$
1	12	-	2	-	-
2	11	-	1	-	-
3	10	12	0	2	0
4	10	11	0	1	0
5	8	10	-2	0	0
6	9	10	-1	0	0
مجموع					0

$$r_2 = \hat{\rho}_2 = \frac{0}{10} = 0$$

⑥

ج. لـ  $P_0 = 1$  فإن  $K = 0$

$$P_0 = \frac{\text{Cov}(Y_t/c)}{\text{Var}(Y_t)} \Rightarrow P_0 = \frac{\text{Var}(Y_t)}{\text{Var}(Y_t)} = 1$$

د. يسمى التمثيل البياني لقيم والد الارتباط الذاتي  
بـ "Coneptogramme" ويتراوح قيمه بين 1 و -1

هـ. عند قيمة التأخر  $K$ ، إذا كان طول السلسلة  
المسروسة يقل عن  $K$  مستهدفة فإن قيمة التاخر  
تكون  $\frac{n}{3} \leq K \leq \frac{n}{6}$ ، أما إذا كان طول السلسلة

الكبي عن  $K$  مستهدفة فإن قيمة التاخر تكون  $K = \frac{n}{5}$   
'دعليا' إذا كانت المعطيات مشعبة أو فصلية فتأخر  
 $K = 24$  من أجل ملاحظته - كل التقديرات المشعبة والفصلية.

أما إذا كانت المعطيات غير مشعبة فتأخر قيمه - التاخر

$$30 \leq K \leq 36$$

أما عند حال المعطيات المستوية فتأخر  $15 \leq K \leq 20$